

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA  
COMPUTAÇÃO**

**GALBAS MILLÉO FILHO**

**SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE  
ESTRATÉGIAS COMPETITIVAS NO COMÉRCIO  
COM APLICAÇÃO DA TEORIA DOS JOGOS**

**PAULO SERGIO DA SILVA BORGES, Dr.**

Florianópolis, agosto de 2003

# **SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE ESTRATÉGIAS COMPETITIVAS NO COMÉRCIO COM APLICAÇÃO DA TEORIA DOS JOGOS**

Galbas Milléo Filho

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título em Mestre em Ciência da Computação Área de Concentração Sistemas do Conhecimento e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação.

---

Fernando Ostuni Gauthier, Dr

Banca Examinadora

---

Paulo Sergio da Silva Borges, Dr

---

Paulo José de Freitas Filho, Dr

---

Jovelino Falqueto, Dr

---

Luiz Fernando Jacinto Maia, Dr

À minha noiva

Agradeço a meus pais pelo apoio irrestrito ao trabalho;  
A meus padrinhos Helga e Romito que me acolheram tão bem  
durante minha estada em Florianópolis;  
A meu tio Rudi que gentilmente cedeu sua casa em Campeche;  
A minha tia Verena pela força e incentivo;  
A Universidade Federal de Santa Catarina que me recebeu e  
ofereceu todas as condições para a realização deste trabalho;  
Aos professores e funcionários do CPGCC;  
Aos Membros da Banca Examinadora por suas sugestões de  
melhoria que contribuiriam para o enriquecimento do trabalho;  
Um agradecimento especial ao Professor Paulo Sergio da Silva  
Borges, meu orientador, pelo esforço e dedicação com que  
conduziu a orientação do trabalho;  
Um agradecimento mais que especial à minha noiva Gracimar  
por todo apoio e compreensão do difícil período que ficamos  
afastados;

# ÍNDICE

ÍNDICE.....	v
LISTA DE FIGURAS .....	viii
LISTA DE TABELAS.....	ix
LISTA DE GRÁFICOS.....	xii
LISTA DE ABREVIATURAS.....	xiv
RESUMO.....	xv
ABSTRACT .....	xvi
 <b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	 <b>1</b>
1.1 O problema .....	1
1.2 Relevância .....	2
1.3 Objetivo Geral .....	2
1.4 Objetivos Específicos .....	2
1.5 Inovações da Dissertação .....	3
1.6 Estrutura da Dissertação .....	3
 <b>2 A INSTITUIÇÃO VAREJISTA .....</b>	 <b>5</b>
2.1 Definições e Conceitos .....	5
2.2 Características Dinâmicas do Varejo.....	5
2.3 Estrutura de Distribuição .....	6
2.3.1 Sistema Fabricante-Consumidor .....	6
2.3.2 Sistema Fabricante-Varejista-Consumidor.....	7
2.3.3 Sistema Fabricante-Atacadista-Consumidor .....	7
2.4 A Importância da Instituição Varejista na Estrutura de Distribuição.....	8
2.5 Tipos de Lojas .....	9
2.5.1 Lojas de Especialidades.....	9
2.5.2 Lojas de Conveniência .....	9
2.5.3 Lojas de Departamento .....	9
2.5.4 Supermercados .....	10
2.5.5 Hipermercados.....	11
 <b>3 MÉTODOS E PROCESSOS EXISTENTES .....</b>	 <b>12</b>
3.1 Sistemas de Informação.....	12
3.1.1 Vantagens e Desvantagens dos Sistemas de Informação .....	13
3.2 Planejamento Estratégico .....	14
3.2.1 Vantagens e Desvantagens do Planejamento Estratégico .....	14
3.3 Pesquisa Operacional.....	15
3.3.1 Programação Linear.....	15
3.3.2 Limitações da Programação Linear .....	16
 <b>4 TEORIA DOS JOGOS.....</b>	 <b>18</b>
4.1 Introdução.....	18
4.2 Análise Genérica dos Jogos.....	19
4.3 Formas de Representação dos Jogos .....	21

4.3.1 Forma Normal.....	21
4.3.2 Forma Extensiva.....	21
4.4 Teoria da Utilidade.....	22
4.5 Conjunto de Informações.....	24
4.6 Estratégias Puras e Mistas.....	25
4.7 Jogos de Soma Zero e o Teorema <i>Minimax</i> .....	27
4.8 Jogos de Soma Não Zero.....	28
4.9 Estratégias Dominantes.....	30
4.10 Equilíbrio de Nash.....	31
4.11 Dilema do Prisioneiro.....	32
4.11.1 Dilema do Prisioneiro Iterado.....	33
4.12 Jogos Evolucionários.....	35
4.12.1 O Jogo <i>Hawk-Dove</i> .....	36
<b>5 INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL.....</b>	<b>38</b>
5.1 Introdução.....	38
5.2 Redes Neurais.....	39
5.2.1 Modelo de McCulloch e Pitts.....	39
5.2.2 Representação do Conhecimento.....	40
5.2.3 Arquitetura das RNA.....	40
5.2.4 Características das RNA.....	42
5.3 Algoritmos Genéticos.....	42
5.3.1 Operadores Genéticos.....	44
5.3.2 Algoritmo Genético Simples.....	46
5.4 Lógica Nebulosa.....	46
5.4.1 Sistema de Inferência Nebulosa.....	48
5.5 Árvores de Decisão.....	49
5.6 Mineração de Dados.....	52
5.6.1 Classificação (Aprendizado Supervisionado).....	54
5.6.2 Agrupamento (Aprendizado Não Supervisionado).....	55
5.6.3 Previsão.....	56
5.6.4 Regressão Linear.....	57
5.6.5 Regras de Associação.....	57
a) Algoritmo <i>Apriori</i> .....	58
<b>6 O MÉTODO INDUTIVO.....</b>	<b>61</b>
6.1 Introdução.....	61
6.2 Indução Completa.....	62
6.3 Indução Matemática.....	63
6.4 Indução Baconiana.....	64
6.5 A Solução de Stuart Mill.....	65
6.6 Kneale e a Indução Primária.....	67
6.7 A Solução de Black.....	68
6.8 A Solução de Reichenbach.....	69
6.9 A Solução de Carnap.....	70
6.10 A Solução Racional de Hume.....	72
6.11 A Solução de Russell.....	73

6.12 A Solução de Popper.....	74
<b>7 JOGO DE MERCADO VAREJISTA.....</b>	<b>76</b>
7.1 Formulação e Análise do Problema.....	76
7.2 Formulação do Modelo Conceitual (Caracterização do Jogo) .....	76
7.3 <i>One-Shot One-Sided Hawk-Dove Game</i> .....	78
7.4 Os Consumidores.....	79
7.4.1 A Distribuição de Frequência da Renda dos Consumidores .....	80
7.4.2 Critérios de Decisão dos Consumidores.....	82
7.5 Os Varejistas.....	85
7.5.1 Cálculo da Frequência da Estratégia <i>Hawk</i> para os Varejistas.....	85
7.6 Simulações do <i>One-Sided Hawk-Dove Game</i> .....	87
7.6.1 Metodologia dos Experimentos (Organização dos Resultados).....	87
7.6.2 Escopo das Simulações .....	88
7.7 Análise e Discussão dos Resultados.....	89
7.7.1 Simulações da Fase I.....	89
7.7.2 Simulações da Fase II.....	104
7.7.3 Simulações da Fase III .....	118
<b>8 CONCLUSÕES.....</b>	<b>134</b>
8.1 Sumário da Dissertação .....	134
8.2 Principais Contribuições do Trabalho .....	135
8.3 Limitações do Trabalho e Sugestões para Desenvolvimentos Futuros .....	135
8.4 Resultados Alcançados.....	136
8.5 Considerações Finais .....	136
<b>MATERIAL DE REFERÊNCIA .....</b>	<b>137</b>
Apêndice A.....	137
Apêndice B.....	150
Endereços Eletrônicos .....	165
Referências Bibliográficas.....	166

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – O Comportamento emergente dos consumidores .....	1
Figura 2.1 – Exemplos de canais de distribuição de produtos .....	6
Figura 3.1 – Elementos de um sistema de informação .....	12
Figura 4.1 – Representação do jogo na forma normal.....	21
Figura 4.2 – Representação do jogo na forma extensiva.....	22
Figura 4.3 – Jogo de soma zero com ponto de sela .....	27
Figura 4.4 – Jogo de soma não zero .....	29
Figura 4.5 – Equilíbrio de Nash .....	31
Figura 4.6 – Matriz de ganhos do dilema do prisioneiro.....	32
Figura 4.7 – Exemplo de <i>Payoffs</i> para o dilema do prisioneiro padrão .....	33
Figura 4.8 – <i>Payoffs</i> para o jogo <i>Hawk-Dove</i> .....	36
Figura 5.1 – Modelo de neurônio artificial de Mculloch e Pitts.....	39
Figura 5.2 – Exemplo de RNA multicamada .....	41
Figura 5.3 – Operador <i>crossover</i> de um ponto .....	45
Figura 5.4 – Mutação (troca simples).....	46
Figura 5.5 – Sistema de inferência nebulosa .....	48
Figura 5.6 – Representação da árvore de decisão.....	50
Figura 5.7 – Processo de descoberta do conhecimento em base de dados .....	53
Figura 5.8 – Aplicações do modelo de regressão linear simples.....	57
Figura 5.9 – Algoritmo apriori básico (AGRAWAL et. al., 1996) .....	59
Figura 5.10 – Função apriori_gen (AGRAWAL et. al., 1996).....	60
Figura 5.11 – Procedimento gen_rules (AGRAWAL et. al., 1996).....	60
Figura 7.1 – Forma normal do <i>One-Sided Hawk-Dove Game</i> .....	77
Figura 7.2 – Histograma de frequência da renda dos consumidores com o respectivo ajuste à distribuição beta.....	81
Figura 7.3 – Algoritmo do jogo de mercado varejista.....	83
Figura 7.4 – Função logística .....	84



## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Categorias da informação .....	24
Tabela 7.1 – Distribuição dos consumidores conforme a renda.....	80
Tabela 7.2 – Distribuição de frequência relativa da renda dos consumidores .....	81
Tabela 7.3 – Exemplo de preços em reais para o <i>One-Sided Hawk-Dove Game</i> .....	86
Tabela 7.4 – Exemplo das frequências das estratégias <i>Hawk</i> e <i>Dove</i> para as firmas .....	86
Tabela 7.5 – Preços praticados pelas firmas na fase I da simulação. ....	88
Tabela 7.6 – Preços praticados pelas firmas na fase II da simulação .....	89
Tabela 7.7 – Preços praticados pelas firmas na fase III da simulação.....	89
Tabela 7.8 – Resumo das vendas – fase I / jogo 1 .....	90
Tabela 7.9 – Porcentagem de vendas – fase I / jogo 1 .....	91
Tabela 7.10 – <i>Payoff</i> acumulado das firmas – fase I / jogo 1 .....	92
Tabela 7.11 – Frequência das estratégias das firmas – fase I / jogo 1 .....	92
Tabela 7.12 – Frequência das estratégias dos consumidores – fase I / jogo 1.....	92
Tabela 7.13 – Resumo das vendas – fase I / jogo 2.....	94
Tabela 7.14 – Porcentagem de vendas – fase I / jogo 2 .....	94
Tabela 7.15 – <i>Payoff</i> acumulado das firmas – fase I / jogo 2.....	95
Tabela 7.16 – Frequência das estratégias das firmas – fase I / jogo 2.....	95
Tabela 7.17 – Frequência das estratégias dos consumidores – fase I / jogo 2.....	95
Tabela 7.18 – Resumo das vendas – fase I / jogo 3.....	97
Tabela 7.19 – Porcentagem de vendas – fase I / jogo 3 .....	97
Tabela 7.20 – <i>Payoff</i> acumulado das firmas– fase I / jogo 3.....	98
Tabela 7.21 – Frequência das estratégias das firmas – fase I / jogo 3.....	98
Tabela 7.22 – Frequência das estratégias dos consumidores – fase I / jogo 3.....	98
Tabela 7.23 – Resumo das vendas – fase I / jogo 4.....	99
Tabela 7.24 – Porcentagem de vendas – fase I / jogo 4 .....	100
Tabela 7.25 – <i>Payoff</i> acumulado das firmas – fase I / jogo 4.....	101
Tabela 7.26 – Frequência das estratégias das firmas – fase I / jogo 4.....	101
Tabela 7.27 – Frequência das estratégias dos consumidores – fase I / jogo 4.....	101
Tabela 7.28 – Resumo das vendas – fase II / jogo 1 .....	105

Tabela 7.29 – Porcentagem de vendas – fase II / jogo 1 .....	105
Tabela 7.30 – <i>Payoff</i> acumulado das firmas – fase II / jogo 1 .....	106
Tabela 7.31 – Frequência das estratégias das firmas – fase II / jogo 1 .....	106
Tabela 7.32 – Frequência das estratégias dos consumidores – fase II / jogo 1 .....	106
Tabela 7.33 – Resumo das vendas – fase II / jogo 2 .....	108
Tabela 7.34 – Porcentagem de vendas – fase II / jogo 2 .....	108
Tabela 7.35 – <i>Payoff</i> acumulado das firmas – fase II / jogo 2 .....	109
Tabela 7.36 – Frequência das estratégias das firmas – fase II / jogo 2 .....	109
Tabela 7.37 – Frequência das estratégias dos consumidores – fase II / jogo 2 .....	109
Tabela 7.38 – Resumo das vendas – fase II / jogo 3 .....	111
Tabela 7.39 – Porcentagem de vendas – fase II / jogo 3 .....	111
Tabela 7.40 – <i>Payoff</i> acumulado das firmas – fase II / jogo 3 .....	112
Tabela 7.41 – Frequência das estratégias das firmas – fase II / jogo 3 .....	112
Tabela 7.42 – Frequência das estratégias dos consumidores – fase II / jogo 3 .....	112
Tabela 7.43 – Resumo das vendas – fase II / jogo 4 .....	114
Tabela 7.44 – Porcentagem de vendas – fase II / jogo 4 .....	114
Tabela 7.45 – <i>Payoff</i> acumulado das firmas – fase II / jogo 4 .....	115
Tabela 7.46 – Frequência das estratégias das firmas – fase II / jogo 4 .....	115
Tabela 7.47 – Frequência das estratégias dos consumidores – fase II / jogo 4 .....	115
Tabela 7.48 – Resumo das vendas – fase III / jogo 1 .....	119
Tabela 7.49 – Porcentagem de vendas – fase III / jogo 1 .....	119
Tabela 7.50 – <i>Payoff</i> acumulado das firmas – fase III / jogo 1 .....	120
Tabela 7.51 – Frequência das estratégias das firmas – fase III / jogo 1 .....	120
Tabela 7.52 – Frequência das estratégias dos consumidores – fase III / jogo 1 .....	120
Tabela 7.53 – Resumo das vendas – fase III / jogo 2 .....	122
Tabela 7.54 – Porcentagem de vendas – fase III / jogo 2 .....	122
Tabela 7.55 – <i>Payoff</i> acumulado das firmas – fase III / jogo 2 .....	123
Tabela 7.56 – Frequência das estratégias das firmas – fase III / jogo 2 .....	123
Tabela 7.57 – Frequência das estratégias dos consumidores – fase III / jogo 2 .....	123
Tabela 7.58 – Resumo das vendas – fase III / jogo 3 .....	125
Tabela 7.59 – Porcentagem de vendas – fase III / jogo 3 .....	125

Tabela 7.60 – <i>Payoff</i> acumulado das firmas – fase III / jogo 3 .....	126
Tabela 7.61 – Frequência das estratégias das firmas – fase III / jogo 3 .....	126
Tabela 7.62 – Frequência das estratégias dos consumidores – fase III / jogo 3 .....	126
Tabela 7.63 – Resumo das vendas – fase III / jogo 4 .....	128
Tabela 7.64 – Porcentagem de vendas – fase III / jogo 4 .....	128
Tabela 7.65 – <i>Payoff</i> acumulado das firmas – fase III / jogo 4 .....	129
Tabela 7.66 – Frequência das estratégias das firmas – fase III / jogo 4 .....	129
Tabela 7.67 – Frequência das estratégias dos consumidores – fase III / jogo 4 .....	129

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 7.1 – Distribuição dos consumidores por classe conforme a renda.....	90
Gráfico 7.2 – Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase I / jogo 1 .....	91
Gráfico 7.3 – Sucesso nas vendas das firmas – fase I / jogo 1 .....	93
Gráfico 7.4 – <i>Payoff</i> acumulado – fase I / jogo 1 .....	93
Gráfico 7.5 – Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase I / jogo 2 .....	94
Gráfico 7.6 – Sucesso nas vendas das firmas – fase I / jogo 2 .....	96
Gráfico 7.7 – <i>Payoff</i> acumulado – fase I / jogo 2 .....	96
Gráfico 7.8 – Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase I / jogo 3 .....	97
Gráfico 7.9 – Sucesso nas vendas das firmas – fase I / jogo 3.....	98
Gráfico 7.10 – <i>Payoff</i> acumulado – fase I / jogo 3 .....	99
Gráfico 7.11 – Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase I / jogo 4.....	100
Gráfico 7.12 – Sucesso nas vendas das firmas – fase I / jogo 4 .....	101
Gráfico 7.13 – <i>Payoff</i> acumulado – fase I / jogo 4 .....	102
Gráfico 7.14 – <i>Payoff</i> acumulado – fase I .....	102
Gráfico 7.15 – Sucesso nas vendas – fase I .....	103
Gráfico 7.16 – Lucro das firmas – fase I .....	103
Gráfico 7.17 – Distribuição dos consumidores por classe conforme a renda.....	104
Gráfico 7.18 – Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase II / jogo 1 .....	105
Gráfico 7.19 – Sucesso nas vendas das firmas – fase II / jogo 1 .....	107
Gráfico 7.20 – <i>Payoff</i> acumulado – fase II / jogo 1 .....	107
Gráfico 7.21 – Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase II / jogo 2 .....	108
Gráfico 7.22 – Sucesso nas vendas das firmas – fase II / jogo 2.....	110
Gráfico 7.23 – <i>Payoff</i> acumulado – fase II / jogo 2.....	110
Gráfico 7.24 – Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase II / jogo 3 .....	112
Gráfico 7.25 – Sucesso nas vendas das firmas – fase II / jogo 3.....	113
Gráfico 7.26 – <i>Payoff</i> acumulado – fase II / jogo 3.....	113
Gráfico 7.27 – Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase II / jogo 4 .....	115
Gráfico 7.28 – Sucesso nas vendas das firmas – fase II / jogo 4.....	116
Gráfico 7.29 – <i>Payoff</i> acumulado – fase II / jogo 4.....	116

Gráfico 7.30 – <i>Payoff</i> acumulado – fase II.....	117
Gráfico 7.31 – Sucesso nas vendas – fase II .....	117
Gráfico 7.32 – Lucro das firmas – fase II.....	118
Gráfico 7.33 – Distribuição dos consumidores por classe conforme a renda.....	119
Gráfico 7.34 – Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase III / jogo 1 .....	120
Gráfico 7.35 – Sucesso nas vendas das firmas – fase III / jogo 1 .....	121
Gráfico 7.36 – <i>Payoff</i> acumulado – fase III / jogo 1 .....	121
Gráfico 7.37 – Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase III / jogo 2 .....	123
Gráfico 7.38 – Sucesso nas vendas das firmas – fase III / jogo 2 .....	124
Gráfico 7.39 – <i>Payoff</i> acumulado – fase III / jogo 2 .....	124
Gráfico 7.40 – Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase III / jogo 3 .....	126
Gráfico 7.41 – Sucesso nas vendas das firmas – fase III / jogo 3 .....	127
Gráfico 7.42 – <i>Payoff</i> acumulado – fase III / jogo 3 .....	127
Gráfico 7.43 – Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase III / jogo 4 .....	129
Gráfico 7.44 – Sucesso nas vendas das firmas – fase III / jogo 4 .....	130
Gráfico 7.45 – <i>Payoff</i> acumulado – fase III / jogo 4 .....	130
Gráfico 7.46 – <i>Payoff</i> acumulado – fase III .....	131
Gráfico 7.47 – Sucesso nas vendas – fase III .....	131
Gráfico 7.48 – Lucro das firmas – fase III .....	132

## LISTA DE ABREVIATURAS

PE – Planejamento Estratégico .....	14
PL – Programação Linear .....	15
PO - Pesquisa Operacional .....	15
TJ – Teoria dos Jogos .....	18
PE – <i>Payoff</i> Esperado .....	26
TFT – Tit For Tat .....	34
DPI – Dilema do Prisioneiro Iterado .....	34
PE – Programa Evolucionário .....	35
ESS – <i>Evolutionarily Stable Strategy</i> .....	35
IA – Inteligência Artificial .....	37
IAC – Inteligência Artificial Conexionista .....	38
IAE – Inteligência Artificial Evolucionária .....	38
IAS – Inteligência Artificial Simbólica .....	38
RNA – Redes Neurais Artificiais .....	39
RNN – Redes Neurais Naturais .....	39
AG – Algoritmos Genéticos .....	42
CE – Computação Evolucionária .....	42
OG – Operadores Genéticos .....	44
KDD – <i>Knowledge Discovery in Database</i> .....	52
MD – Mineração de Dados .....	52
ECG – Eletrocardiograma .....	54
FBR – Função de Base Radial .....	54
FRSV – Frequência Relativa de Sucesso nas Vendas .....	87

---

## RESUMO

---

Diante de um ambiente de negócios cada vez mais competitivo, os varejistas vêm buscando reestruturar suas atuações no mercado por meio de estratégias que levem em conta uma maior interação empresa-consumidor, para otimizar o atendimento das necessidades e anseios de seus clientes. É mediante este processo de competição que estas empresas buscam estabelecer estratégias de crescimento e de conquista de mercado.

Uma das formas de aumentar os lucros é conhecer o comportamento de seus clientes através de seus atos de compra. A utilização de técnicas da teoria dos jogos, simulação computacional de sistemas e métodos estatísticos podem ser úteis na extração de conhecimento em sistemas dinâmicos complexos. Com um novo conjunto de informações, os administradores poderão propor novas estratégias de marketing para o varejo objetivando a satisfação dos clientes e o aumento dos lucros.

Nesta dissertação utilizou-se como paradigma o jogo *Hawk-Dove* com aplicação de um modelo computacional exclusivamente desenvolvido para estudar o funcionamento de mercado.

---

## ABSTRACT

---

Due to a more and more competitive business environment, the retailers have been trying to restructure their performance in the market by means of strategies that take into account a better interaction company-consumer, aiming at optimizing the service to the consumers with regard to their means and desires. Based on the understanding of the competition process the firms try to establish growth strategies and also policies for improving their market share.

To increase their profits the companies try to understand better the customer's purchasing habits. The use of game theory, computer simulations, statistical methods, as well as, artificial intelligence techniques can be extremely useful to obtain knowledge in a complex dynamic system. With a new set of information, the managers will be able to propose new market strategies for the retailers aiming at attending their client's expectations increasing therefore their profits.

The present dissertation deals with the paradigm of the game Hawk-Dove applying a special computer model which was developed to study the market mechanisms.



# 1 INTRODUÇÃO

- Você poderia me dizer, por favor, que caminho devo seguir? Perguntou Alice.
- Isto depende muito de onde você quer chegar, respondeu o gato.
- Eu não sei para onde quero ir, disse Alice.
- Então não importa o caminho que deva seguir, respondeu o gato.

Lewis Carrol  
Alice no País das Maravilhas

## 1.1 O Problema

O aumento da intensidade da competição no varejo, devido ao surgimento de novos entrantes, inovações tecnológicas e as constantes mudanças nos hábitos de compra e necessidades dos consumidores, pressiona os varejistas a buscar novas estratégias para atrair a clientela. Nesse aspecto, a empresa precisa conhecer seus clientes como um diferencial na busca pela lucratividade.

O mercado varejista é um sistema dinâmico complexo. Seu funcionamento depende da comunicação e do arranjo entre seus componentes e pode mudar caso novos componentes sejam adicionados, excluídos ou reagrupados. Os consumidores deste mercado formam um sistema adaptativo, em que a medida que as condições externas mudam, seu comportamento muda automaticamente e suas decisões são consequência das interações uns com os outros. A figura 1.1 representa estas interações.

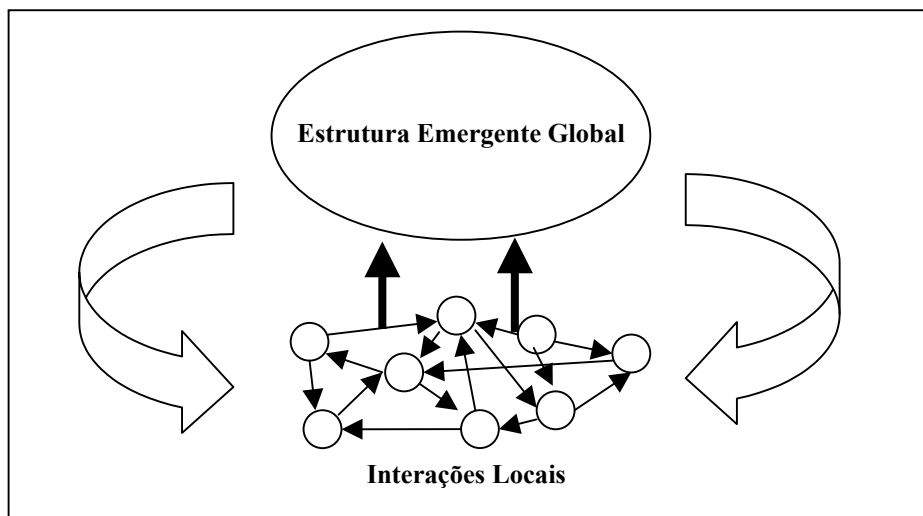


Figura 1.1 O Comportamento emergente dos consumidores

Os consumidores individualmente tentando satisfazer suas necessidades através de atos de compra organizam-se sem que haja a intervenção de um planejador central.

Esta mudança de focalização, centrada mais no comportamento e satisfação dos consumidores é um desafio também para os profissionais da ciência da computação com a utilização dos sistemas baseados em conhecimento, que requer o desenvolvimento de modelos cognitivos e ferramentas para exploração e experimentação de técnicas computacionais que permitam que tais modelos sejam utilizados e aplicados nesta nova realidade mercadológica.

## **1.2 Relevância**

O Brasil vem se caracterizando por possuir um número crescente de empresas varejistas na relação das maiores empresas do país. A partir do crescente avanço tecnológico, estas empresas começaram a adotar novas tecnologias de informação e de gestão, que, por sua vez, desempenham um papel cada vez mais importante na modernização do sistema de distribuição e da economia brasileira. Assim, estas empresas precisam desenvolver planos de ação para gerar vantagem competitiva perante seus concorrentes.

A essência da formulação de uma estratégia competitiva é relacionar uma companhia ao seu ambiente, identificando-se as regras competitivas em vigor para então desenvolver sua estratégia.

## **1.3 Objetivo Geral**

O principal objetivo desta dissertação é o desenvolvimento de um sistema computacional para auxiliar o administrador de empresas no processo de tomada de decisão no setor varejista no tratamento com seus consumidores, utilizando técnicas da teoria dos jogos, simulação computacional de sistemas e métodos estatísticos.

## **1.4 Objetivos específicos:**

- construir o protótipo de um sistema computacional para analisar o comportamento do consumidor através de seus atos de compra;

- propor estratégias competitivas de preços aos administradores de empresa para conquistar e atingir consumidores;
- analisar o comportamento do mercado varejista;

## 1.5 Inovações da Dissertação

Esta dissertação apresenta duas características inovadoras, ambas na área da teoria dos jogos evolucionários. A primeira inovação é uma adaptação da matriz de ganhos padrão do jogo *Hawk-Dove*. Esta matriz de ganhos será denominada neste trabalho de *One-Sided Hawk-Dove Game*, a qual será discutida com mais detalhes no capítulo 7. A segunda inovação é a utilização de uma variabilidade estatística na atualização do *fitness* dos jogadores, sendo estes participantes do jogo do mercado varejista.

## 1.6 Estrutura da Dissertação

No capítulo 1 é abordado o problema que gerou a investigação, sua relevância, os objetivos, o geral e os específicos, as características inovadoras do trabalho e a estrutura da dissertação;

No capítulo 2 é discutida a importância da instituição varejista como canal de distribuição de produtos;

No capítulo 3 são abordados alguns processos e métodos existentes utilizados por administradores de empresas para atrair a clientela e aumentar as vendas, suas vantagens e desvantagens;

No capítulo 4 é feita uma revisão da teoria dos jogos. Apesar desta teoria ser uma área de estudos autônoma, alguns autores como BARRETO (2001) e BITTENCOURT (1998) incluem os jogos como assunto da inteligência artificial;

No capítulo 5 é feita uma revisão das técnicas da inteligência artificial. Embora grande parte das técnicas revisadas não tenham sido diretamente aplicadas no modelo desenvolvido, considerou-se importante sua inclusão na dissertação, pois as mesmas fizeram parte do processo de pesquisa percorrido na elaboração do trabalho;

No capítulo 6 é apresentado o método indutivo como processo lógico para aquisição do conhecimento. Por tratar-se de uma pesquisa científica, faz-se necessário além do

embasamento tecnológico e matemático, o embasamento filosófico. O autor acredita que ciência é um todo, holístico;

No capítulo 7 é apresentado o *One-Sided Hawk-Dove Game* como modelo de estudo do mercado varejista. Os resultados da simulação computacional são discutidos;

No capítulo 8 são apresentadas as conclusões do trabalho.

Para a melhor compreensão do trabalho desenvolvido, faz-se necessário o entendimento a respeito da instituição varejista. Deste modo, apresenta-se uma revisão que contempla os seguintes tópicos sobre o varejo: conceitos, características, estrutura de distribuição, subsistemas e tipos de lojas.

## 2 INSTITUIÇÃO VAREJISTA

### 2.1 Definições e Conceitos

Existem diferentes definições de varejo, em geral tratam da comercialização direta com os consumidores finais.

A atividade de varejo é o conjunto de operações de negócios que adiciona valor a produtos e serviços vendidos para consumidores em seu uso pessoal ou familiar. A atividade varejista envolve também a venda de serviços como, por exemplo, a hospedagem em um hotel, um exame médico, um corte de cabelo, a locação de fitas de vídeo entre outras (LEVY, 1975).

Quando há comércio misto, são considerados estabelecimentos varejistas aquelas empresas em que mais de 50% de sua operação são decorrentes de vendas a varejo (CASAS, 1954).

A *American Marketing Association* define varejista como “uma unidade de negócio que compra mercadorias de fabricantes, atacadistas e outros distribuidores e vende diretamente a consumidores finais e eventualmente a outros consumidores”.

O que o varejista é ou pode vir a ser é limitado por sua localização entre fabricantes/atacadistas, de um lado, e consumidores, de outro. Os varejistas são ao mesmo tempo a fonte de energia de seus fornecedores e o agente de compra para seus clientes. De um lado, eles representam os interesses de fornecedores que vêm na sua atividade a maneira adequada de escoar suas produções e/ou estoques e, de outro, buscam satisfazer as necessidades e desejos de seus clientes. O varejista recolhe informações do mercado e deve informar seu fornecedor, fabricante e/ou atacadista sobre as tendências do mercado, sugerindo novos produtos ou serviços. Ao comprador ele presta serviço de pronta entrega, orientação de compra, instalação, garantia, assistência técnica, etc.

### 2.2 Características Dinâmicas do Varejo

Há no varejo quatro características importantes: (COBRA, 1985)

- quem inicia a compra geralmente é o consumidor, ao contrário da venda de fabricantes ou atacadistas para varejistas, onde a iniciativa é do vendedor dos primeiros;

- o varejo tem um sentido de urgência. As pessoas desejam comprar e usar as mercadorias imediatamente;
- a venda é efetuada geralmente em pequenas quantidades;
- o varejo tem normalmente uma localização fixa e por isso precisa atrair compradores, uma vez que não pode ir até os compradores, como o fazem os vendedores de fabricantes, de atacadistas e de distribuidores.

Uma empresa varejista precisa conciliar custos operacionais, custos de aquisições de mercadorias e estabelecer uma política de preços viável em face dos custos, concorrência e objetivos de lucro.

## 2.3 Estrutura de Distribuição

O varejo é o negócio final de um canal de distribuição que liga fabricantes a consumidores. A produção do fabricante pode ser vendida diretamente aos consumidores, aos varejistas ou atacadistas. Desta forma existem vários canais de distribuição dos produtos (KOTLER, 1991).

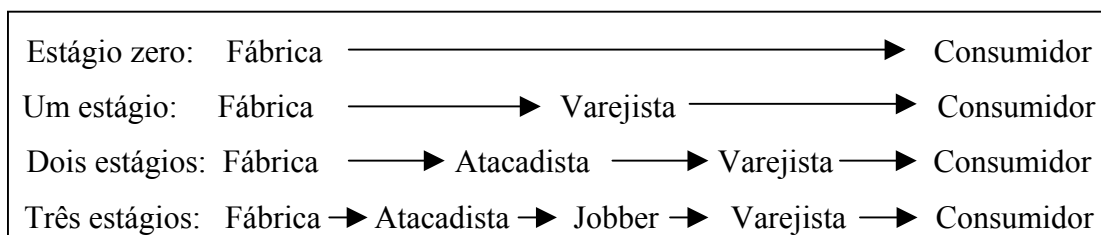


Figura 2.1 Exemplos de canais de distribuição de produtos.

O termo “*Jobber*” é amplamente usado como sinônimo para “atacadista” ou “distribuidor”. O termo às vezes é usado em certos ramos ou localidades para designar tipos especiais de atacadistas.

### 2.3.1 Sistema Fabricante-Consumidor

Os seguintes fatores, entre outros são responsáveis pela utilização do método direto de venda fabricante consumidor, no setor de bens de consumo: (ARANTES, 1975)

- necessidade de venda sob pressão ao nível do consumidor a fim de introduzir novos produtos;

- a aguda ocorrência existente de algumas linhas de bens de consumo;
- a preferência de compradores de adquirir mercadorias diretamente do fabricante;
- a insatisfação com o número e a qualidade de revendedores existentes.

### **2.3.2 Sistema Fabricante-Varejista-Consumidor**

Fabricantes que decidem vender seus produtos diretamente a varejistas obtêm melhores resultados quando da ocorrência de uma ou mais das seguintes circunstâncias (ARANTES, 1975):

- quando seus produtos têm procura grande e estabelecida, e o número de consumidores reais e potenciais é elevado em relação ao território abrangido;
- quando seus produtos constituem parte substancial e essencial do estoque do varejista;
- quando seus produtos são relativamente perecíveis e a distribuição rápida ao consumidor é essencial para a satisfação do usuário;
- quando o preço de compra unitário é elevado, como no caso de antigüidades, pianos, tapetes e jóias;
- quando a satisfação dos desejos e necessidades do consumidor requer a manutenção de amplo sortimento de estilos, tamanhos e cores, como é o caso dos sapatos, roupas sob encomenda, tintas etc;
- nos casos em que a moda exerce grande influência, tornando-se indispensáveis entregas rápidas e freqüentes.

### **2.3.3 Sistema Fabricante-Atacadista-Varejista-Consumidor**

Costuma-se mencionar esse sistema como costumeiro ou tradicional de distribuição. Entretanto é necessário ressaltar o fato de que essa via de distribuição poucas vezes é usada isoladamente. O mais comum é o fabricante vender a atacadistas e, também, a grandes varejistas, representantes ou agentes (que por sua vez, vendem por atacado e/ou a varejo), e até diretamente a alguns pequenos varejistas (ARANTES, 1975).

## **2.4 A Importância da Instituição Varejista na Estrutura de Distribuição**

O ponto final da via de distribuição, para a maior parte dos bens é a instituição varejista, onde eles são entregues às pessoas que o consumirão. As pessoas vão ao estabelecimento varejista para fazer compras e obter informações com relação a essas compras. O varejista antecipa os desejos e necessidades do consumidor e, comunicando-os ao fabricante, serve de elemento da ligação entre a produção e o consumo.

A importância da instituição varejista na estrutura de distribuição se prende, pois às funções por ela desempenhadas.

(AGNEW, CONNER & DOREMUS, 1950) enunciaram as seguintes funções para o varejista:

- prover um armazém convenientemente localizado para os vários produtos que vende;
- prover capital para instalar uma loja com as instalações necessárias para os requisitos diários de fazer negócios e para garantir a existência de mercadoria em estoque;
- exercer julgamento na seleção dos bens. Em muitos sentidos, o varejista é o comprador para seus clientes;
- assumir o risco incidente nesse tipo de negócio. Os bens podem ter seu valor alterado, podem sair da moda ou estragar-se. Se a loja vende a crédito, há sempre o risco de que parte das contas não venham a ser pagas.
- prover pelo menos parte do serviço de transporte dos bens da fonte de suprimento até o consumidor;
- expor os bens de modo que possam ser inspecionados, comparados e, às vezes, experimentados. Assumir responsabilidade pelos bens que vende, garantindo-os de certa forma;
- estender crédito;
- comprar em grandes quantidades e vender em pequenas.



## **2.5 Tipos de Lojas**

### **2.5.1 Lojas de Especialidades**

São as lojas de bebidas, as padarias, os açougues, casas de bolsas, confeitarias, casas de calçados, das lojas de laticínios e as boutiques de alimentos. São pequenos entrepostos, com grande especialização e prestação de serviços. Possuem características estruturais e mercadológicas especiais que funcionam como força de atração. Nas grandes cidades, costumam ser de grande porte. As lojas são locadas por comerciantes mediante o pagamento de luvas. O administrador do *shopping* estabelece um aluguel mínimo e um percentual sobre o faturamento da loja.

Outra característica é que oferecem variedade limitada, dentro de uma única linha de mercadorias. Como se especializam em uma linha de mercadorias, podem ter sortimentos amplos e completos. Para poder obter razoável volume com linha tão limitada, devem contar com mercado grande; daí sua tendência a se localizarem nos centros comerciais ou ruas comerciais de grande movimento (ARANTES, 1975).

### **2.5.2 Lojas de Conveniência**

Oferecem pequena variedade de itens de uso corrente para um público que pode procurar o produto a qualquer hora do dia. Muitos funcionam 24 horas. São lojas pequenas, de fácil acesso, para compras rápidas. Geralmente estão localizadas em postos de gasolina onde há maior movimentação de pessoas.

### **2.5.3 Lojas de Departamentos**

São geralmente grandes estabelecimentos varejistas, que oferecem ampla variedade de bens, sem necessária associação em compra ou uso, mas suficientemente departamentalizada para considerar cada departamento parecido com uma loja especializada (ARANTES, 1975).

A loja de departamentos se caracteriza por:

- vender ampla variedade de mercadorias;
- ser organizada por departamentos;
- ter grande volume de vendas;
- tender a localizar-se nos centros comerciais.

Em uma típica loja de departamentos se encontram mercadorias as mais diversas: cosméticos, artigos para presente, vestuários e calçados para homens, senhoras e crianças, utensílios domésticos, roupas de cama e mesa, móveis, aparelhos eletrodomésticos, brinquedos, etc.

O oferecimento dessa grande variedade de mercadorias sob o mesmo teto é um motivo de atração para os clientes.

Por outro lado, o próprio tamanho das lojas de departamentos e a diversidade de produtos oferecidos à venda podem concorrer para dificuldades de localização de mercadorias e confusão na compra, fazendo com que muitos consumidores prefiram comprar em estabelecimentos menores e mais especializados.

#### **2.5.4 Supermercados**

São lojas que operam à base do auto-serviço, pegue e leve, com alguns setores oferecendo serviços, grande volume de vendas e variedade de produtos, tanto alimentícios como não-alimentícios.

Alguns princípios caracterizam a idéia de supermercado: (ARANTES, 1975)

- operação de venda em massa;
- operação com baixo mark-up;
- alto índice de rotação de estoques;
- auto-serviço;
- vendas só à vista.

Os supermercados não somente influenciaram os hábitos de compra da população, como também seus hábitos alimentares. Esta influência também é verificada sobre os fabricantes e outros varejistas. A medida que se desenvolveu a tendência de maior concentração do volume de vendas varejista através dos supermercados, o fabricante precisou reconhecer esta tendência e adotar políticas mercadológicas condizentes, como propaganda agressiva, por exemplo. E influenciou outros varejistas a adotarem as mesmas técnicas mercadológicas.

### **2.5.5 Hipermercados**

São grandes áreas de auto-serviço, com a oferta de extensa variedade de produtos alimentícios e bebidas. Porém, grande parte do seu faturamento são obtidos com itens que não são alimentícios ou bebidas. São eles: roupas, artigos esportivos, eletrodomésticos, computadores, cds, acessórios para carros, artigos para residência, etc. Buscam eficiência e qualidade nos produtos, com preços relativamente baixos. Nos departamentos mais especializados (acessórios de veículos, por exemplo) possuem atendimento pessoal.

No Brasil, são considerados hipermercados, as lojas com mais de 5.000 metros quadrados (BADIN, 1997).

A seguir apresentam-se os principais métodos e técnicas utilizadas pelos administradores de empresas, suas vantagens e desvantagens na formulação de estratégias competitivas no varejo.

### 3 MÉTODOS E PROCESSOS EXISTENTES

#### 3.1 Sistemas de Informação

Um sistema de informação tem por objetivo fornecer aos interessados informações pertinentes a determinado assunto. Os elementos componentes de um sistema de informações são mostrados na figura 3.1 (MATTAR, 1992).

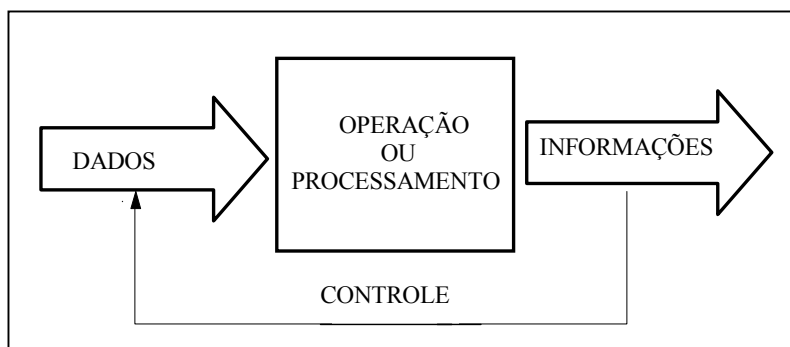


Figura 3.1 Elementos de um sistema de informação

Os dados são as entradas do sistema e podem ser coletados nas mais diversas fontes possíveis, da forma como se apresentam e onde estão localizados não são relevantes. Para se tornarem úteis é preciso que sejam transformados em informação, isto é, precisam ser coletados, tratados, classificados, tabulados e armazenados. A forma de reduzir a incerteza na tomada de decisões é dispor de informações a respeito do comportamento das variáveis não controláveis e das variáveis de resultado. O sistema de informação monitora os resultados da empresa, busca e capta, avalia e seleciona, trata, analisa, interpreta, classifica e armazena dados e informações da empresa, pertinentes e relevantes para a tomada de decisões.

### **3.1.1 Vantagens e Desvantagens dos Sistemas de Informação:**

#### **Vantagens:**

- pode proporcionar mais informação dentro das limitações de tempo exigidas pela empresa. Concomitantemente a empresa poderá conseguir melhor desempenho;
- permite aos varejistas usar informações que se encontram dispersas, reunindo-as e integrando-as de forma mais adequada;
- proporciona a recuperação seletiva da informação — os usuários recebem apenas o que querem e o que necessitam;
- proporciona reconhecimento mais rápido das tendências em andamento;
- permite muito melhor uso das informações dos históricos das atividades da empresa, por exemplo: vendas por produto, por região e por cliente;
- permite melhor controle do plano de ação;
- reduz o número de decisões tomadas intuitivamente, pois trata a informação de forma conveniente e precisa.

#### **Desvantagens:**

- a coleta de dados, seja ela por sistemas tradicionais (transações bancárias, registros de compra etc. ) ou por métodos inovadores (perfil de uso da Internet, integração das informações de diversos sistemas), tem atingido grandes proporções, o que se tornou um problema para os especialistas em representação do conhecimento;
- apesar do desenvolvimento de novas técnicas nos moldes tradicionais para o estudo de base de dados, gradativamente elas têm se mostrado insuficientes;
- há excesso de informação do tipo errado;
- a informação está tão dispersa que geralmente é necessário fazer um grande esforço para localizar fatos simples;
- informações importantes chegam freqüentemente tarde demais para serem usadas;
- geram informações, mas não geram conhecimento.

## **3.2 Planejamento Estratégico**

O Planejamento Estratégico (PE) é tratado como um processo gerencial que possibilita ao executivo estabelecer o rumo a ser seguido pela empresa com vistas a obter um nível de otimização na relação da empresa com seu ambiente (SARDINHA, 2001).

Diz respeito tanto à formulação de objetivos, quanto a planos de ação na execução destes objetivos. Deve ser visto como um processo ao qual se detém, como característica e conteúdo central, o cumprimento de uma elaborada e bem determinada seqüência de etapas para gerar um Plano Estratégico.

O PE surge como alternativa aos problemas, possibilitando o surgimento de soluções contra o desperdício de tempo, de recursos humanos e materiais, e vislumbrando uma nova forma de atuação, mais propositiva. O PE é formalmente um instrumento de tomada de decisões essencialmente dinâmico e evolutivo.

O PE envolve as seguintes etapas:

- conhecimento do ambiente, para prever a viabilidade e os impactos da ação;
- identificação da missão, explicitando os objetivos e definição das ações estratégicas;
- avaliação de recursos;
- a estrutura organizacional;
- prioridades estratégicas, estratégia operacional e funcional;
- levantamento de dados;
- acompanhamento e avaliação contínua.

### **3.2.1 Vantagens e Desvantagens do Planejamento Estratégico:**

#### **Vantagens:**

- como processo, pode explicitar objetivos e definir estratégias e políticas para alcançar esses objetivos;
- existe uma definição prévia sobre o que deve ser feito, como, quando e quem vai fazer;
- a compreensão detalhada de como se estrutura estrategicamente o negócio da empresa favorece a construção de um processo decisório mais rápido e alinhado aos interesses da empresa e de seus clientes;

- alinhamento dos participantes à estratégia da empresa, tanto por suas opiniões durante a fase de diagnóstico dos problemas quanto pela franqueza utilizada na discussão da visão de cada um a respeito da concepção atual do negócio da empresa;
- auxilia as empresas a reagir rapidamente às turbulências do meio ambiente e a explorar melhor as oportunidades de mercado;
- ajuda a desenvolver novas técnicas de administração.

**Desvantagens:**

- a eficácia do planejamento depende de inúmeras variáveis, dentre elas o envolvimento, a participação e a colaboração como atitudes de valorização e integração dos processos;
- os objetivos muitas vezes não ficam claros, e os empresários não conseguem de maneira eficaz, transmitir suas idéias aos funcionários;
- com a dinâmica do mercado muitos objetivos ficam obsoletos.

### **3.3 Pesquisa Operacional**

A Pesquisa Operacional (PO) é uma ciência aplicada voltada para a resolução de problemas de otimização. Tendo como foco a tomada de decisões, aplica conceitos e métodos de outras áreas científicas para concepção, planejamento e operação de sistemas.

#### **3.3.1 Programação Linear**

Programação Linear (PL) é um método de solução de problemas quando se pretende otimizar uma função matemática sujeita a uma ou mais restrições.

Se existe um problema onde se procura valores para  $x_1, x_2, \dots, x_n$  e que tenha que satisfazer a um conjunto de  $m$  limitações da forma:

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i \quad (3.1)$$

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq b_i \quad (3.2)$$

Deve-se resguardar a condição de que todos os valores de  $x$  sejam iguais ou superiores a zero. Assim, entende-se por otimização qualquer problema matemático que conduza a uma maximização ou minimização. Muitos problemas de tomada de decisão, onde várias variáveis são envolvidas, podem ser resolvidos através de programação linear. O segredo da PL está em transformar um problema administrativo de tal forma que a matemática possa ser empregada. A maioria dos problemas administrativos, podem passar por esta transformação.

A PL é um instrumento usado em várias áreas, principalmente em administração, e o progresso deste método está vinculado ao desenvolvimento do método SIMPLEX em 1947. Seu uso na atualidade pode ser encontrado nos problemas de maximização de lucros de empresas, minimização de custos, programação da produção, controle de estoques, transporte, controle de tráfego, etc.

As variáveis de decisão representam, em geral, níveis de atividades. As restrições podem resultar de limitações na disponibilidade de recursos ou de requerimentos mínimos que devem ser atingidos e a função objetivo representa uma medida de desempenho do sistema (CLÍMACO, 2001).

Um vetor  $x$  que satisfaça todas as restrições chama-se *solução admissível*. O conjunto de todas as soluções admissíveis designa-se por *região admissível*. A uma solução admissível que otimize a função objetivo chama-se *solução ótima*.

Em problemas de PL apenas existem ótimos globais o que não acontece em outros tipos de problemas, como por exemplo de programação não linear. Desta forma, qualquer solução que satisfaça as condições de ótimo local é uma solução ótima global do problema. Esta propriedade facilita a resolução dos problemas em PL.

### **3.3.2 Limitações da Programação Linear**

Por ser um modelo determinístico, não poderá existir variações importantes nos chamados coeficientes técnicos. A resolução de alguns tipo de problemas podem ser feitos através de critérios onde a solução ótima é encontrada otimizando apenas um dos objetivos e os demais são escritos na forma de restrições, podendo muitas vezes conduzir a problemas infactíveis. Além disso a escolha de quais metas farão parte das restrições e qual será



otimizada é muitas vezes difícil. Uma das formas de corrigir estas limitações é utilizar técnicas de programação multi-objetivo (*goal programming*) onde todos os objetivos são otimizados simultaneamente, permitindo uma flexibilidade entre as metas através de variáveis de desvio.

A seguir apresenta-se uma revisão das principais técnicas da teoria dos jogos. Dentre os principais conceitos estudados por esta teoria destacam-se: estratégia, jogo, informação e utilidade. A teoria dos jogos é uma área de estudo importante na construção de modelos onde há conflito de interesses entre agentes racionais. Seus conceitos são aplicados em diversas áreas, tais como: biologia, ciências sociais, conflitos militares, economia e política. Da biologia a teoria dos jogos buscou inspiração no comportamento de alguns animais para criar uma classe de jogos chamada de jogos evolucionários, que serão tratados no decorrer do texto. Das ciências sociais o comportamento humano é estudado nas mais diversas situações. Dos conflitos militares pode-se citar como exemplo: a permanência dos mísseis soviéticos em Cuba e o desmembramento da “guerra fria”. Na economia são várias as contribuições da teoria dos jogos, principalmente nos casos de duopólio e oligopólio. Em 1994, três pesquisadores desta área de estudos foram contemplados com o prêmio Nobel de economia: os americanos John C. Harsanyi e John F. Nash Jr. e o alemão Reinhard Selten.

## 4 TEORIA DOS JOGOS

*"I propose to consider the question, 'Can machines Think?'  
This should begin with definitions of the meaning of the terms  
'machine' and 'think'."*

*A M. Turing, Computing Machinery and Intelligence  
Section 1: The Imitation Game*

### 4.1 Introdução

A teoria dos jogos (TJ) é uma área de estudo que se preocupa com o comportamento estratégico racional em situações nas quais os resultados dependem das ações dos jogadores. Esta teoria desperta grande interesse em razão de suas propriedades matemáticas inéditas e de suas múltiplas aplicações a problemas sociais, econômicos e políticos (MORGENSTERN, 1969).

Seus fundamentos foram assentados por John Von Neumann, que em 1928 demonstrou o teorema minimax básico, e solidificou-se em 1944, com a publicação de *Theory of Games and Economic Behavior* (NEUMANN & MORGENSTERN, 1944). Mostrou-se que os acontecimentos sociais encontram sua melhor descrição através de modelos colhidos em jogos adequados de estratégia (MORGENSTERN, 1969).

Os jogos de estratégia, portanto, proporcionam um bom modelo de comportamento racional de pessoas nas situações em que (RAPOPORT, 1980):

- há conflitos de interesses;
- existe certo número de alternativas em cada fase da situação;
- as pessoas estão em posição de avaliar as conseqüências de suas escolhas, levando em consideração a circunstância muito importante de que os resultados são determinados não apenas pelas decisões do próprio jogador, mas também pelas das outras pessoas, sobre as quais não tem controle.

A palavra “jogo” adquire sentidos diferentes, quando vista pelo leigo e quando vista pelo teórico do jogo, mas os sentidos mantêm similaridades entre si. Em um como no outro caso, há jogadores, e os jogadores devem agir, tomar certas decisões. Como resultado do

comportamento dos jogadores, e, possivelmente também do acaso, surge certa consequência: prêmio ou “castigo” para cada um dos participantes. Podemos também chamar de *payoff*, *utility* ou de ganho ao valor ou pagamento de uma ação (pontos, \$, etc.) ou ainda uma expressão de preferência (DAVIS, 1973).

Não é necessário que o jogador seja uma pessoa, poderá ser uma equipe, uma empresa, uma nação. É conveniente encarar como um só jogador qualquer grupo que tenha interesses comuns com respeito ao jogo (DAVIS, 1973).

Na teoria dos jogos os indivíduos interagem diretamente, e o resultado depende da escolha do outro. Por isso, há uma maior complexidade envolvida, sendo o jogo uma metáfora para interações na sociedade.

Os elementos essenciais de um jogo são: **jogadores, ações, informação, estratégias, resultados e equilíbrio**. De forma mínima, a descrição dos jogos deve incluir: jogadores, estratégias, e resultados. Os jogadores, ações e resultados são coletivamente chamados de **regras do jogo**, e o objetivo dos modelos é usar as regras do jogo para determinar o equilíbrio (RASMUSEN, 1994).

Uma ação ou movimento do jogador  $i$ , denota-se  $a_i$ , é uma escolha que ele pode fazer (RASMUSEN, 1994).

Os jogadores são os indivíduos que tomam decisões. O objetivo de cada jogador é maximizar sua utilidade pela escolha de suas ações. Alguns indivíduos executam ações de forma puramente mecânica. Esses indivíduos são chamados de pseudo-jogadores. A natureza é um pseudo-jogador, pois executa suas ações de forma aleatória (RASMUSEN, 1994).

## 4.2 Análise Genérica dos Jogos

Duas questões fundamentais devem ser respondidas a propósito de qualquer jogo (DAVIS, 1973):

- como se deverão comportar os jogadores?
- qual deve ser o resultado último do jogo?

Resposta a uma dessas perguntas ou a ambas é, por vezes, denominada solução do jogo, mas o vocábulo “solução” não tem sentido universal na teoria dos jogos, assume diferentes

significados em diferentes contextos. Isso é também verdadeiro a respeito da palavra “racional” quando empregada para descrever comportamento (DAVIS, 1973).

As questões acima conduzem a outras. Qual é o “poder” de um jogador? Em outras palavras, até que ponto pode uma pessoa determinar o resultado de um jogo? Mais especificamente, qual é o mínimo que um jogador pode assegurar a si mesmo, contando com seus próprios recursos, caso não receba a colaborações de outros? E será razoável supor que os demais jogadores se mostrarão, de fato, hostis? (DAVIS, 1973).

Para responder a essas perguntas, é preciso que se disponha de certas informações acerca do jogo. É necessário antes de tudo conhecer suas regras. Devem essas regras esclarecer (DAVIS, 1973):

- até que ponto podem os jogadores comunicar-se entre si;
- se os jogadores podem estabelecer acordos entre si;
- se prêmios obtidos no jogo podem ser partilhados com outros jogadores (isto é, se são admissíveis pagamentos colaterais);
- qual é a relação formal, causal entre as ações dos jogadores e o resultado do jogo (ou seja, qual é a matriz de ganho);
- qual as informações de que os jogadores podem dispor.

Tornando-se os jogos mais complexos, torna-se quase impossível dar respostas convincentes às duas perguntas iniciais. Em vez de determinar um resultado preciso, tem-se com frequência, um conjunto de resultados possíveis, que se afiguram mais plausíveis que outros. Esses resultados podem ser mais firmes (estáveis) do que os outros no sentido de que nenhum jogador ou grupo de jogadores tem força ou motivação para substituí-los por um dos resultados menos favorecidos. Poderá ocorrer ainda que os resultados sejam justos ou compulsórios. Ou, alternativamente, pode-se eleger uma abordagem inteiramente diversa, tentando determinar a vantagem média que um jogador conseguirá, se disputar o jogo um grande número de vezes (DAVIS 1970).

O objetivo da TJ é desenvolver critérios racionais para a escolha de uma estratégia, com o pressuposto que ambos os jogadores são racionais, e tentarão fazer o melhor que puderem em relação ao seu oponente (HIELLIER, 1988).

### 4.3 Formas de Representação dos Jogos

Os jogos podem ser representados através da matriz de ganho, denominado forma normal, ou através de uma árvore de decisão, denominado forma extensiva.

#### 4.3.1 Forma Normal

A forma normal é a representação de um determinado jogo indicando: os jogadores, suas estratégias e os *payoffs* das estratégias alternativas (ROBESON, 1997).

Diz-se que um jogo é de forma normal quando toda seqüência de decisões que devem ser tomadas enquanto ele se processa, podem ser reunidas em uma única e particular decisão: a escolha de uma estratégia (DAVIS, 1973).

A figura 4.1 representa o jogo na forma normal:

		Jogador II	
		$\beta_c$	$\beta_d$
Jogador I	$\alpha_c$	2,2	-1,-1
	$\alpha_d$	-1,-1	1,1

Figura 4.1 Representação do jogo na forma normal

Os números indicados na matriz, representam os ganhos dos jogadores. Os números à esquerda da vírgula indicam o ganho do jogador I, e os números à direita da vírgula indicam os ganhos do jogador II. Uma ação ou movimento do jogador, é uma escolha que ele pode fazer. Neste caso, as ações do jogador I são  $\alpha_c$  e  $\alpha_d$ , e as ações do jogador II são  $\beta_c$  e  $\beta_d$ . Há portanto quatro resultados possíveis: os pares de escolhas  $(\alpha_c, \beta_c)$ ,  $(\alpha_d, \beta_c)$ ,  $(\alpha_c, \beta_d)$ ,  $(\alpha_d, \beta_d)$ .

#### 4.3.2 Forma Extensiva

Na prática, o jogo é efetivamente disputado de forma extensiva, ou seja, as decisões vão sendo tomadas uma após a outra.

A figura 4.2 é uma representação do mesmo jogo da figura 4.1 na sua forma extensiva. Os nós da árvore do jogo indicam a quem pertence o lance. As letras gregas nos

galhos são as escolhas possíveis naquele lance. Os números nos pontos terminais são os prêmios.

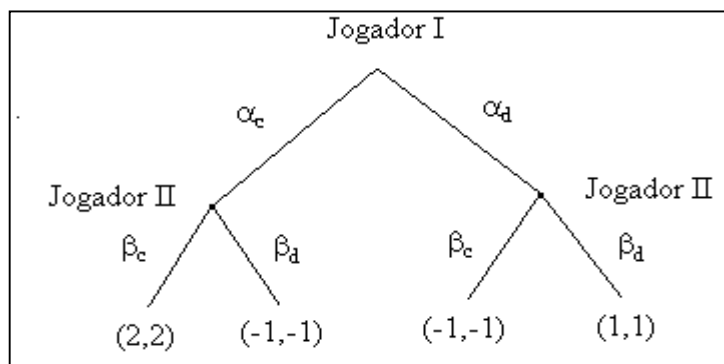


Figura 4.2 Representação do jogo na forma extensiva

A princípio, o jogo pode ser reduzido a partir de sua forma chamada extensiva, como figurada na árvore do jogo, para uma forma chamada normal, como figurada pela matriz de prêmios.

A dificuldade em utilizar a forma extensiva para representar o jogo, está no número de possibilidades de ações dos jogadores nos mais variados tipo de jogos.

Tomemos o “jogo da velha”. De quantas formas diferentes pode ser jogado? O primeiro jogador tem 9 opções para colocar o “X”. O segundo jogador tem 8 escolhas de lugar para colocar o “O”. Neste ponto, o primeiro jogador tem 7 escolhas, etc. Presumindo que o jogo dure cinco lances, isto é, o menor número de lances em que é possível vencer a partida, o número de maneiras de jogá-lo é  $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 15.120$  (RAPOPORT, 1980).

#### 4.4 Teoria da Utilidade

Utilidade é um conceito introduzido por John Von Neumann e Oskar Morgenstern e indica uma “quantificação” das preferências de um indivíduo com relação a certos objetos. A teoria da utilidade é uma teoria de decisão. Esta decisão pode ser tomada nas mais diferentes circunstâncias.

A existência dessa quantidade, chamada utilidade, é presumida na TJ. Especificamente, presume-se que os vários resultados (conseqüências de escolhas entre linhas de ação alternativas) têm diferentes valores dessa quantidade, associados a eles. Se os vários resultados são os vários lucros obtidos em um jogo, então a relação matemática

entre a quantidade do lucro real (se for mensurável) e sua utilidade, constitui a “função utilidade” do indivíduo considerado (RAPOPORT, 1980).

Se as preferências de um jogador vão ser expressas por uma função de utilidade, essas preferências devem ser coerentes, ou seja, devem satisfazer certas condições. Tais condições podem ser expressas de várias formas mais ou menos equivalentes; a formulação a seguir é sugerida por Luce e Raiffa (LUCE & RAIFFA, 1957).

Seis condições asseguram a existência de uma função de utilidade:

1. **tudo é suscetível de comparação.** Dados dois objetos, o jogador deve preferir um ao outro ou mostrar-se indiferente a ambos; não há dois objetos insuscetíveis de serem comparados;
2. **preferência e indiferença são transitivas.** Suponhamos que A, B e C sejam três objetos diferentes. Se o jogador preferir A a B e B a C, ele preferirá A a C. Se o jogador for indiferente a A e B e a B e C, será indiferente a A e C;
3. **um jogador é indiferente diante de prêmios equivalentes.** Suponhamos que em um sorteio um prêmio é substituído por outro, permanecendo as mesmas e as demais condições. Se o jogador for indiferente face ao antigo e ao novo prêmios, ele será indiferente face aos sorteios. Se o jogador preferir um dos prêmios ao outro, ele preferirá a loteria ou sorteio que ofereça o prêmio ambicionado;
4. **o jogador sempre se arriscará se as possibilidades forem suficientemente boas.** Suponhamos que de três objetos, A é preferido a B e B é preferido a C. Consideremos o sorteio em que haja uma probabilidade  $p$  de obter A e uma probabilidade  $(1-p)$  de obter C. Nota-se que se  $p$  for zero, o sorteio será equivalente a C e que se  $p$  for igual à unidade, o sorteio será equivalente a A. No primeiro caso, o sorteio será preferível a B, enquanto que no segundo caso B será preferível ao sorteio. A condição 4 estabelece que há um valor de  $p$ , entre zero e um, que tornará o jogador indiferente, quando posto face a B e ao sorteio;
5. **um sorteio será tanto melhor quanto mais ampla a possibilidade de conseguir o prêmio.** Nos sorteios I e II, há dois prêmios possíveis, os objetos A e B. No sorteio I, a possibilidade de obter A é  $p$ . No sorteio II, a possibilidade de obter A é  $q$ . O objeto A é preferível ao objeto B. A condição 5 requer que se  $p$  for maior do

que  $q$ , o sorteio I será preferido ao sorteio II; e inversamente que, se o sorteio I for preferido ao sorteio II,  $p$  será maior do que  $q$ ;

6. **os jogadores são indiferentes ao tipo de jogo.** A atitude de um jogador, frente a um sorteio duplo — sorteio em que os prêmios podem ser talões para um segundo sorteio — depende apenas dos prêmios finais e da possibilidade de ganho, tal como determinada pelas leis da probabilidade. Não importa o efetivo mecanismo do jogo.

A função utilidade pode ser um padrão geral para a quantificação dos resultados e possibilita a classificação dos comportamentos frente ao risco. Não podemos fazer qualquer presunção acerca das inclinações de uma pessoa, porque diferentes pessoas desejam coisas diferentes. O que se faz necessário é um mecanismo capaz de relacionar os objetivos de um jogador, sejam eles quais forem, com o comportamento que o habilitará a alcançar esses objetivos (DAVIS, 1973).

#### 4.5 Conjunto de Informações

Podemos categorizar a estrutura da informação de um jogo em quatro diferentes maneiras. Em um jogo particular a informação pode ser perfeita, completa, exata e simétrica. Essas categorias estão dispostas na tabela 4.1 (RASMUSEN, 1994)

<b>Categoria</b>	<b>Significado</b>
Perfeita	Cada conjunto de informações é único.
Exata	Não há jogadas aleatórias depois do movimento de qualquer jogador.
Simétrica	Nenhum jogador tem informações diferentes dos demais jogadores na sua jogada, ou nos nós terminais.
Completa	A primeira jogada não é aleatória, ou a probabilidade é conhecida por todos os jogadores.

Tabela 4.1 Categorias da informação



A primeira categoria divide os jogos em de **informação perfeita** e de **informação imperfeita**. Em um jogo de informação perfeita cada conjunto de informações é único. Não há escolhas ocultas de ninguém. Caso contrário o jogo é de informação imperfeita. Em um jogo de informação perfeita, os jogadores sabem exatamente onde se encontram na árvore do jogo. As jogadas não são simultâneas e todos os jogadores observam jogadas aleatórias. Todo jogo de informação incompleta ou assimétrica é também um jogo de informação imperfeita. Como exemplo de jogos de informação perfeita têm-se o xadrez e as damas.

Um jogo com **informação exata** ou **certeza**, é o jogo onde não há jogadas aleatórias após os movimentos de qualquer jogador. Um jogo de informação exata pode ser um jogo de informação perfeita se o jogo não admite jogadas simultâneas. Caso contrário o jogo envolve incerteza.

Na tomada de decisão sob **incerteza** as probabilidades associadas às ações são completamente desconhecidas ou não são igualmente significativas. Na tomada de decisão sob **risco** cada ação leva a um ganho (dentro de um conjunto de ganhos possíveis), cada ganho associado a uma dada probabilidade, ou seja, dado um conjunto de ações  $a_1, a_2, \dots, a_n$  com probabilidades  $p_1, p_2, \dots, p_n$  o ganho esperado  $b$  é igual a:  $a_1 p_1 + a_2 p_2 + \dots + a_n p_n$ .

Em um jogo de **informação simétrica**, o conjunto de informações de um jogador está em qualquer nodo ou nodo terminal onde ele escolha uma ação. contém no mínimo os mesmos elementos do conjunto de informações de todos os outros jogadores. Caso contrário o jogo é de **informação assimétrica**.

Em um jogo de **informação incompleta**, a primeira jogada é aleatória e não é observada por no mínimo um dos jogadores. Caso contrário o jogo é de **informação completa**. Muitos jogos de informação incompleta são jogos de informação assimétrica, mas os dois conceitos não são equivalentes.

#### 4.6 Estratégias Puras e Mistas

Uma estratégia, denotado por  $s_i$  é uma regra que informa ao jogador quais ações escolher em cada instante do jogo, dado seu conjunto de informações (RASMUSEN, 1994).

Em qualquer jogo, uma estratégia  $s_i \in S$ ,  $i=1, 2, \dots, n$  é uma sequência de decisões que cada jogador executa durante o jogo, com base na informação que ele ou ela detém (BORGES, 2001).

É uma descrição completa de como uma pessoa deverá agir sob quaisquer circunstâncias possíveis; não tem a conotação de destreza (DAVIS, 1973).

Se cada jogador escolher uma estratégia e mantê-la durante o jogo, então ele está adotando uma **estratégia pura**. Uma outra forma de pensar é permitir aos jogadores randomizar as suas estratégias, ou seja, estabelecer uma distribuição de probabilidades para cada decisão e jogar as suas decisões de acordo com estas probabilidades. Este tipo de estratégia é denominada **estratégia mista**.

Podemos calcular o *payoff* envolvendo estratégias mistas da seguinte maneira: (BAZZAN, 2001)

Sendo dois jogadores I e II,  $n$  estratégias para I e  $m$  estratégias para II, o conjunto de estratégias mistas para o jogador I é a  $n$ -tupla:

$$\alpha = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4.1)$$

onde:

$$x_i \geq 0,$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum x_i = 1.$$

$x_i$  é a probabilidade do jogador I escolher a estratégia  $i$ . O processo é similar para o jogador II. A  $m$ -tupla:

$$\beta = (y_1, y_2, \dots, y_m) \quad (4.2)$$

O *payoff* esperado (PE) para o jogador I se este usar  $\alpha = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e o jogador II usar  $\beta = (y_1, y_2, \dots, y_m)$  é:

$$e(\alpha, \beta) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_i * e_{ij} * y_j \quad (4.3)$$

Considerando que uma estratégia descreve aquilo que será feito em qualquer situação possível, se conhecermos a estratégia de cada jogador, poderemos prever o resultado do jogo.

A situação se complica mais quando os jogadores podem esconder seus lances um do outro. No “jogo da velha” e no xadrez, isso é impossível. Cada lance está sob o escrutínio do adversário, e sempre se pode reconstruir o jogo inteiro. Mas em outros jogos isso não ocorre. No pôquer, por exemplo, a troca de certo número de cartas em mãos do jogador por número igual de cartas tiradas do baralho é um lance. Mas somente o próprio jogador sabe quais as cartas descartadas (sua própria escolha) e quais as recebidas (a escolha sorte) (RAPOPORT, 1980).

#### 4.7 Jogos de Soma Zero e o Teorema *Minimax*

Também chamados estritamente competitivos, são jogos em que os interesses dos participantes são diametralmente opostos. A expressão “soma zero” deriva dos jogos de salão, como o pôquer, onde não se cria nem se destrói riqueza. Quem quiser ganhar dinheiro terá de ganhá-lo de um outro jogador. Encerrado o jogo, a soma dos ganhos é sempre zero (as perdas são ganhos negativos) (DAVIS, 1973).

Os resultados podem ser representados pela matriz do jogo, como os apresentados na figura 4.3. Um jogo de soma zero é aquele em que o ganho do jogador I é a perda do jogador II, e vice-versa. É preciso apenas escrever os ganhos do jogador I (positivos ou negativos) na matriz do jogo, compreendendo que os ganhos do jogador II serão os mesmos números com os sinais trocados (RAPOPORT, 1980).

		Jogador II		
		$\beta_c$	$\beta_d$	$\beta_e$
Jogador I	$\alpha_c$	8	-5	-10
	$\alpha_d$	0	-2	6
	$\alpha_e$	4	-1	5

Figura 4.3 Jogo de soma zero com ponto de sela

O que o jogador I pode fazer é minimizar o risco. Para isso examinará o pior resultado possível em cada linha. Ele escolherá (como tentativa de decisão) a linha em que o pior resultado possível seja o “menos pior” dos três. Neste caso,  $\alpha_e$  (RAPOPORT, 1980).

Para o jogador II, se ele souber da política do jogador I em minimizar o risco, vai optar por  $\beta_d$  porque assim ganha 1, enquanto que com  $\beta_c$  e  $\beta_e$  perde 4 e 5, respectivamente. Nesta situação, a melhor jogada para o jogador I continuará sendo  $\alpha_e$  (RAPOPORT, 1980).

Se seguirmos em conta o raciocínio do jogador II, ao levar em conta o raciocínio de seu adversário, veremos que ele também chega à conclusão de que deve escolher  $\beta_d$ . Portanto, o resultado  $(\alpha_e, \beta_d)$  é o que possui certa estabilidade. Esse é o resultado *minimax* desse jogo (RAPOPORT, 1980).

O teorema *minimax* assegura que pode-se atribuir a cada jogo finito, de duas pessoas, soma zero um valor  $V$ : quantia média que o jogador I pode esperar ganhar do jogador II, se ambos atuarem sensatamente (DAVIS, 1973).

Utilizando o critério *minimax* que consiste, para o jogador I, selecionar a estratégia cujo pagamento mínimo seja o maior, enquanto o jogador II seleciona a estratégia cujo pagamento máximo seja o menor, encontrando-se o **ponto de sela**.

Um ponto de sela é uma notação na matriz do jogo que seja a menor em sua linha e a maior em sua coluna. As matrizes de prêmio dos jogos de soma zero e informação perfeita sempre têm pontos de sela (RAPOPORT, 1980).

No jogo representado na figura 4.3, a notação do ponto de sela é:  $(\alpha_e, \beta_d)$

#### 4.8 Jogos de Soma Não Zero

Jogos em que aparecem, lado a lado, elementos de cooperação e de competição, são chamados de jogos de soma não zero. Geralmente revestem-se de maior complexidade e se encontram com maior frequência na vida diária do que jogos puramente competitivos ou estritamente de cooperação (DAVIS, 1973).

Um **jogo cooperativo** é um jogo no qual os jogadores podem fazer acordos, ao contrário dos **jogos não cooperativos** no qual eles não podem (RASMUSEN, 1994).

O termo não cooperativo indica que nenhuma comunicação ocorre entre os jogadores antes de iniciarem o jogo (ANGELINE, 2001).

Na teoria dos jogos o termo competitivo refere-se à admissibilidade ou não de uma negociação prévia para a realização do jogo (BORGES, 2001).

De modo geral, quanto mais cooperativo o jogo, quanto mais coincidam os interesses dos participantes, de maior importância é a possibilidade de comunicação (DAVIS, 1973).

A figura 4.4 representa um jogo de soma não zero (RAPOPORT, 1980):

		Jogador II		
		$\beta_c$	$\beta_d$	$\beta_e$
Jogador I	$\alpha_c$	1,3	0,0	0,0
	$\alpha_d$	0,0	2,2	0,0
	$\alpha_e$	0,0	0,0	3,1

Figura 4.4 Jogo de soma não zero

A representação dos jogos de soma não zero na forma normal é diferente quanto aos jogos de soma zero. Nestes últimos, basta escrever um único número em cada espaço da matriz, a saber o prêmio a um dos jogadores, porque o prêmio ao outro é sempre o mesmo número com o sinal trocado. Nos jogos de soma não zero precisa-se escrever ambos os prêmios. Cada um dos números representa o prêmio a cada um dos jogadores. À esquerda da vírgula para o jogador I e à direita para o jogador II.

Observando os valores da matriz do jogo da figura 4.4 pode-se verificar que o melhor resultado para o jogador I é  $(\alpha_e, \beta_e)$ . O jogador II gostaria que o resultado fosse  $(\alpha_c, \beta_c)$ . No entanto o resultado  $(\alpha_e, \beta_e)$  é ruim para os dois, pois o prêmio ali é (0,0). É de interesse de ambos os jogadores “unir-se” — concordar com uma escolha conjunta de estratégia.

Parece claramente vantajoso que ambos cheguem a um acordo prévio, antes de fazer a escolha independentemente da escolha feita pelo outro. Neste último caso, sempre haverá uma probabilidade de que suas escolhas não tragam um maior ganho mútuo.

Poderá haver um ultimato ou uma ameaça de um dos jogadores, indicando ao outro que ir com ele é o melhor que pode fazer diante da matriz de prêmios. Mas esta situação pode se repetir no futuro, e o ultimato e a ameaça servirão de lição para o jogador ameaçado a ser utilizada em situações futuras.

Considerações psicológicas ou de outro tipo terão de ser invocadas para resolver o problema da “negociação” induzida.

Suponhamos que os jogadores possam comunicar-se. Estão tomando providências separadamente, na esperança de que as providências coincidam, e também na esperança de obter o melhor prêmio. Eis, portanto, uma situação que recorda a do par equilibrado de

escolhas estratégicas. O equilíbrio tem a ver com a simetria do jogo. O resultado  $(\alpha_c, \beta_c)$  é de alguma forma “especial”, devido à sua posição central em uma escala de prêmios simétrica. Os jogadores podem perfeitamente escolhê-la, como a melhor probabilidade de fazerem a mesma escolha.

O papel da comunicação nas situações que têm a ver com uma mistura de interesses paralelos e opostos é ambivalente. Por outro lado, a possibilidade de negociação pode servir para levar os jogadores a uma solução “eqüitativa” rápida e para evitar a má interpretação das intenções de cada um; a ausência de comunicação pode impor uma solução “eqüitativa” simplesmente porque nenhum dos dois jogadores teve a oportunidade de intimidar o outro.

#### 4.9 Estratégias Dominantes

Uma estratégia  $S_i$  é uma estratégia dominante se ela é estritamente a melhor resposta de um jogador para qualquer estratégia adotada pelos outros jogadores, no sentido de que qualquer estratégia que eles adotem, seu *payoff* é maior com  $S_i$  (RASMUSEN, 1994).

Uma estratégia dominante é uma estratégia de decisão na qual um jogador adota uma estratégia única que garantirá um *payoff* máximo sem levar em consideração a ação de seu oponente.

Suas estratégias inferiores são chamadas estratégias dominadas (RASMUSEN, 1994).

Um equilíbrio de estratégias dominantes é um resultado na matriz de ganhos na qual ambos os jogadores adotam suas estratégias dominantes (RASMUSEN, 1994).

Em muitos jogos não há estratégias dominantes, e os jogadores apenas tentam calcular as ações de cada um dos outros jogadores no sentido de ter sucesso em suas próprias estratégias (RASMUSEN, 1994).

Em algumas situações podemos descartar as estratégias dominadas com base nas ações dos outros jogadores e recalculando nossas ações.

Um **equilíbrio dominante iterado** é uma estratégia encontrada excluindo uma estratégia dominada fracamente, do conjunto de estratégias de um dos jogadores, recalculando aquelas estratégias remanescentes que são dominadas fracamente, excluindo uma delas, e continuando o processo até que somente uma estratégia permaneça para cada jogador (RASMUSEN, 1994).

#### 4.10 Equilíbrio de Nash

O equilíbrio de Nash é uma condição que descreve um conjunto de estratégias na qual nenhum jogador pode melhorar seu *payoff* unilateralmente mudando sua estratégia dado que as estratégias dos outros jogadores permanecem inalteradas. Em outras palavras, os jogadores estão fazendo “o melhor que podem” dadas as estratégias dos outros jogadores (ROBESON, 1997).

Uma estratégia dominante é sempre um equilíbrio de Nash, mas o contrário não é necessariamente verdade (ROBESON, 1997).

Um conjunto de estratégias está em um equilíbrio de Nash se nenhum jogador tem incentivo para desviar da sua estratégia dado que os outros jogadores não desviarão (RASMUSEN, 1994).

O equilíbrio de Nash é um conceito de equilíbrio padrão em economia. Ele é menos evidente do que o equilíbrio de estratégias dominantes, mas mais frequentemente aplicado (RASMUSEN, 1994).

A figura 4.5 mostra uma situação onde há um equilíbrio de Nash (RASMUSEN, 1989):

		Jogador II	
		$\beta_c$	$\beta_d$
Jogador I	$\alpha_c$	5,1	4,4
	$\alpha_d$	9,-1	0,0

Figura 4.5 Equilíbrio de Nash

A matriz de ganhos acima não apresenta um equilíbrio de estratégias dominantes, porque a ação do jogador I depende do que ele pensa que o jogador II fará. Se ele acredita que o jogador II irá jogar  $\beta_c$ , ele jogará  $\alpha_d$ , mas se ele acredita que o jogador II jogará  $\beta_d$ , então irá optar por  $\alpha_c$ . Há um **equilíbrio dominante iterado**,  $(\alpha_c, \beta_d)$ , e a linha de raciocínio que justifica o resultado é o equilíbrio de Nash.

O resultado  $(\alpha_c, \beta_d)$  é um equilíbrio de Nash. A maneira de chegar ao equilíbrio de Nash é considerar um resultado e testar se as estratégias de cada um dos jogadores é a melhor resposta perante as estratégias dos outros. Se o jogador I escolher  $\alpha_c$ , o jogador II

tem uma escolha entre um *payoff* de 1 se escolher  $\beta_c$  e 4 se escolher  $\beta_d$ , está propenso à  $\beta_d$ . Se o jogador II escolher  $\beta_d$ , o jogador I, tem uma escolha entre um *payoff* de 4 se escolher  $\alpha_c$  e 0 se escolher  $\alpha_d$ , ele está propenso à  $\alpha_c$ . Isto confirma que  $(\alpha_c, \beta_d)$  é um equilíbrio de Nash, e de fato este é o único equilíbrio de Nash.

#### 4.11 Dilema do Prisioneiro

Originalmente apresentado por A. W. Tucker tornou-se um dos problemas clássicos da teoria dos jogos. Em sua forma iterada tem sido um eficaz modelo do comportamento social, biológico e político por quase 40 anos.

O atrativo deste jogo é a simplicidade de sua apresentação, sua aplicabilidade universal para idealizar interações entre vários indivíduos e o visível e incoercível dilema em sua essência, onde a escolha “racional” como interesse próprio tem um baixo retorno e a cooperação “irracional” um alto retorno (ANGELINE, 2001).

O Dilema do Prisioneiro (DP) (LUCE & RAIFFA, 1957, RAPOPORT, 1966) é definido como um jogo de duas pessoas soma não zero, não cooperativo.

A forma geral do DP é mostrado na figura 4.6 (RAPOPORT, 1966).

As letras C (*cooperate*) e D (*Defect*) podem ser entendidas como as ações de cooperar e não cooperar.

		Jogador II	
		C	D
Jogador I	C	$\gamma_1, \gamma_1$	$\gamma_2, \gamma_3$
	D	$\gamma_3, \gamma_2$	$\gamma_4, \gamma_4$

Figura 4.6 Matriz de ganhos do dilema do prisioneiro

Como definido tradicionalmente, os valores dos *payoffs* individuais no DP estão sujeitos às seguintes restrições:

$$\gamma_3 > \gamma_1 > \gamma_4 > \gamma_2 \quad (4.3)$$

$$2\gamma_1 > \gamma_3 + \gamma_2 \quad (4.4)$$

Uma designação típica para estes *payoffs* que satisfazem estas restrições é mostrado na figura 4.7 (AXELROD, 1984).



		Jogador II	
		C	D
Jogador I	C	3,3	0,5
	D	5,0	1,1

Figura 4.7 Exemplo de *payoffs* para o dilema do prisioneiro padrão

A restrição da equação (4.3) cria a condição de que a estratégia “D” seja uma estratégia estritamente dominante na teoria do jogo em relação à estratégia “C”, para ambos os jogadores (LUCE & RAIFFA, 1957).

Para qualquer estratégia que seja empregada por um dos jogadores, o outro sempre conseguirá melhor resultado se não cooperar do que cooperando (DAVIS, 1973).

Este impulso “racional” dos jogadores fazem-nos jogar no resultado (D,D), a não cooperação mútua. Porém, o resultado (C,C), cooperação mútua fornece um *payoff* maior para ambos os jogadores. Esta é a essência do dilema, existe uma jogada “irracional” que melhora os *payoffs* dos jogadores (ANGELINE, 2001).

O propósito da restrição da equação (4.4) é indistinto. Se há a possibilidade de uma conluio tácito, os jogadores poderiam optar por (C,C) ou alternar entre (C,D) e (D,C), assumindo que o jogo é repetido (RAPOPORT, 1966).

Na caracterização padrão do jogo, a escolha da estratégia “C” está associada ao desejo dos jogadores em “cooperar” a favor de um maior ganho mútuo. Enquanto a escolha da estratégia “D” está associada com o desejo de “não cooperar” ou ir contra à coletividade na esperança de obter uma maior ganho individual (LUCE & RAIFFA, 1957, AXELROD, 1984, HOFSTADTER, 1985).

Esta interpretação instigou a dar nomes a cada um dos quatro valores de *payoff* de acordo com os significados observados:  $\gamma_1$  é a recompensa pela mútua cooperação,  $\gamma_3$  é a tentação para não cooperar,  $\gamma_2$  é o ganho do “trouxa” e  $\gamma_4$  é a punição pela não cooperação mútua.

#### 4.11.1 Dilema do Prisioneiro Iterado

Um jogo único do Dilema do Prisioneiro não é tão atraente já que indivíduos “racionais” sempre escolherão (D,D).

De um modo geral, o Dilema do Prisioneiro Iterado (DPI) é preferido, onde dois jogadores jogam várias iterações consecutivas usando a matriz de ganhos para acumular os ganhos totais. O jogador com maior acúmulo de pontos é o vencedor.

Através de várias investigações (AXELROD, 1980a; 1980b), a estratégia chamada TIT FOR TAT (TFT) foi identificada como a melhor em um torneio contra outras estratégias. TFT sempre coopera na primeira jogada e depois simplesmente repete o último movimento de seu oponente.

Robert Axelrod estava interessado em responder uma questão simples: quando uma pessoa poderá cooperar, e quando ela seria egoísta, em uma interação progressiva com outra pessoa.

A estratégia TFT foi submetida para o torneio organizado pelo professor Axelrod pelo professor Anatol Rapoport, da Universidade de Toronto, Canadá. Era a estratégia mais simples das 14 estratégias submetidas, e foi a melhor entre todas (AXELROD, 1990).

Conforme AXELROD (1990), o sucesso da estratégia TFT se deve à combinação de gentileza, retaliação, perdão e clareza. A gentileza a previne de problemas desnecessários. A retaliação desencoraja o outro lado a explorá-la. O perdão ajuda ao retorno da mútua colaboração e a clareza facilita que a mesma seja reconhecida pelo seu adversário.

Axelrod executou vários experimentos para estudar o comportamento de certas estratégias no paradigma do DPI. Verificou AXELROD (1987), que o desempenho de um dado jogador utilizando a estratégia TFT contra outras oito estratégias investigadas em trabalhos anteriores (AXELROD, 1980a, 1980b) foi bom, indicando sua robustez.

Axelrod usou estas oito estratégias como uma medida de *fitness* nos experimentos para desenvolver o comportamento dos jogadores no DPI (AXELROD 1987) usando um algoritmo genético (HOLLAND, 1975, GOLDBERG, 1989), onde cada membro da população foi representado por uma tabela com 70 entradas. Cada membro da população fez 151 jogadas contra as oito estratégias já estudadas, com o escore final dos jogadores computados através da média ponderada após oito partidas. Foram conduzidas 40 iterações para cada uma das 50 gerações e selecionados os jogadores melhor adaptados. As estratégias mais bem desenvolvidas mostraram muitas similaridades com o TFT.

Em um segundo experimento, Axelrod alterou o cálculo da *fitness* para as novas estratégias, de tal modo que a *fitness* dos jogadores fosse seu escore médio durante o jogo,

contra todos os outros membros da população (AXELROD, 1987). Observou-se que em todas as 10 rodadas, as populações iniciais tendiam a expandir-se da cooperação inicial no sentido da não cooperação mútua. Depois de 10 ou 20 gerações, a cooperação mútua começou a aparecer na população, conduzindo à escores maiores e substituindo aquelas estratégias que continuamente não cooperavam.

Seguindo AXELROD (1987), FOGEL (1991) conduziu experimentos similares utilizando um programa evolucionário (PE) (FOGEL, OWENS & WALSH, 1966, FOGEL, 1992) com os jogadores representados como máquinas de estado finito. Uma máquina de estados finitos contém um número de estados, transições entre os estados, e uma saída associada com cada transição. A entrada proveniente do ambiente, seleciona uma transição de estado atual da máquina para um novo estado e o valor de saída associado é retornado.

Algumas versões tem características particulares, incluindo uma variante com apenas um lado da matriz de ganhos do DP na qual uma característica de decisão *fuzzy* tem sido adicionada no sentido de modelar gradualmente as estratégias de cooperação e não cooperação por consumidores em um jogo de fatia de mercado (BORGES, 1996).

#### **4.12 Jogos Evolucionários**

Uma classe especial de jogos são os jogos evolucionários, tratado pela teoria dos jogos evolucionários, que surgiram com o trabalho de Maynard Smith e Price em 1973, quando introduziram o conceito de Estratégia Evolucionária Estável (*Evolutionarily Stable Strategy* – ESS) (SMITH, 1993)

Conforme WEIBULL (1996), a interpretação padrão dada à teoria dos jogos não-cooperativos é a de que o jogo é analisado como se todos os jogadores fossem totalmente racionais, conhecendo todos os detalhes do jogo e todas as preferências dos seus adversários.

Já a teoria dos jogos evolucionários imagina que os jogadores são condicionados biologicamente ou socialmente, sendo escolhidos aleatoriamente dentro de uma grande população. Assim, cada indivíduo está de certa forma pré-programado com algum comportamento, ou, formalmente com uma estratégia para um jogo, e assume que algum processo de seleção evolucionário operará na população distribuindo os comportamentos (LEHRER, 2000).

A chave da diferenciação entre a teoria dos jogos não-cooperativos e a teoria dos jogos evolucionários está na definição de uma estratégia mista. No último caso, em vez de ser considerada como uma distribuição de probabilidades, esta é interpretada como sendo uma frequência com que os agentes de uma população homogênea utilizam diferentes estratégias puras (LEHRER, 2000).

#### 4.12.1 O Jogo *Hawk-Dove*

Um exemplo do paradigma evolucionário é o jogo *Hawk-Dove*. Proposto originalmente por *Maynard Smith* e *Price*, o jogo modela disputas entre pares de animais, que estão lutando por um recurso de valor  $V$ . A interpretação dada ao valor é que o indivíduo que ganhar o recurso terá sua adaptabilidade Darwiniana aumentada em  $V$ , e o perdedor não sofrerá qualquer alteração em sua adaptabilidade (SMITH, 1993).

Suponha que exista uma população de pássaros, onde cada um deles pode se comportar como um agressivo gavião (*Hawk*) ou como uma pacífica andorinha (*Dove*). Cada pássaro escolhe que comportamento adotar ao defrontar-se com outro pássaro. Um recurso  $V = 2$  (unidade de *fitness*) é disputado quando os dois pássaros se encontram. Se os pássaros lutam, o perdedor incorre em um custo  $C = 4$ , o qual significa que o *payoff* esperado quando dois *Hawks* se encontram é  $-1$  ( $= 0,5 \times 2 + 0,5 \times (-4)$ ) para cada um deles. Quando dois *Doves* se encontram, eles dividem o recurso, cada um recebe 1 de *payoff*. Quando um *Hawk* encontra um *Dove*, o *Dove* foge e recebe um *payoff* de 0, deixando o *Hawk* com um *payoff* de 2. A figura 4.8 resume estes confrontos, sendo que os *payoffs* para os pássaros estão assim representados: (Pássaro I, Pássaro II) (RASMUSEN, 1989).

		Pássaro II	
		<i>Hawk</i>	<i>Dove</i>
Pássaro I	<i>Hawk</i>	-1 , -1	2, 0
	<i>Dove</i>	0 , 2	1, 1

Figura 4.8 *Payoffs* para o jogo *Hawk-Dove*

O jogo *Hawk-Dove* não possui um equilíbrio de Nash de estratégias puras simétricas, e consequentemente nenhuma estratégia evolucionária estável, já que nos dois equilíbrios de Nash assimétricos, *Hawk* recebe um *payoff* maior que o *Dove*, e este desaparecerá da população. Na estratégia evolucionária estável deste jogo, nem o *Hawk* nem o *Dove* assumem completamente o ambiente. Se a população consiste somente de *Hawks*, um *Dove* poderá invadir e obter numa disputa contra um *Hawk* um *payoff* 0 comparado com o  $-1$  que o *Hawk* obtém contra um *Hawk*. Se a população consiste inteiramente de *Doves*, um *Hawk* pode invadir e obter em uma disputa um *payoff* de 2 contra um *Dove*, comparado com o 1 que um *Dove* obtém contra um *Dove* (RASMUSEN, 1989).

Nas estratégias mistas, o equilíbrio é ser um *Hawk* com probabilidade de 0,5 e um *Dove* com probabilidade de 0,5, os quais podem ser interpretados como um população onde 50% são *Hawks* e 50% são *Doves*. O *payoff* esperado por um *Hawk* é  $0,5 \times 2$  quando encontra-se com um *Dove*, acrescido de  $0,5 \times (-1)$  do embate contra outro *Hawk*, um total de 0,5. O *payoff* esperado por um *Dove* é de  $0,5 \times 1$  quando encontra-se com outro *Dove* acrescido de  $0,5 \times 0$  do embate contra um *Hawk*, também um total de 0,5. Além disso, o equilíbrio é estável, similar ao equilíbrio de *Cornout*. Se 60% da população for de *Hawks*, um pássaro como o *Dove* terá um nível de *fitness* maior. Se um *fitness* maior significa estar habilitado à reproduzir-se mais, o número de *Doves* aumentaria e a proporção retornaria à 50% (RASMUSEN, 1989).

O próximo capítulo trata da revisão das principais técnicas da inteligência artificial (IA). Considera-se essencial esta revisão, pela importância dos jogos para a IA, sendo a teoria dos jogos um campo de grande atividade nesta área computacional. Ambos os assuntos encontram-se relacionados em diversos pontos. É importante salientar que não utilizou-se de técnicas de IA nesta dissertação.

## 5 INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL

### 5.1 Introdução

O objetivo central da inteligência artificial (IA) é a criação de modelos para a inteligência e a construção de sistemas computacionais baseados nesses modelos. O caráter dual deste objetivo levou, naturalmente, a pesquisa e o desenvolvimento em IA a cristalizar-se em torno de três tipos de atividades (BITTENCOURT, 1998):

- Desenvolvimento de modelos formais para a inteligência humana, tema da ciência cognitiva;
- Desenvolvimento de aplicações educacionais, comerciais ou industriais utilizando técnicas de IA;
- Exploração e experimentação de técnicas computacionais que apresentem potencial para a simulação do comportamento inteligente, a chamada IA básica.

A IA utiliza os seguintes métodos de solução para os mais variados tipos de problemas (BARRETO, 2001):

- **reproduzir o comportamento inteligente**

É o caso da inteligência artificial simbólica (IAS) na qual, baseada no princípio do sistema simbólico, é procurada a simulação do comportamento inteligente.

- **inspiração na natureza**

- **conexionismo**: nome dado à corrente de pensamento apoiando uso de redes neurais em IA fazendo a inteligência artificial conexionista (IAC). Inspira-se no sistema nervoso, responsável pelo comportamento inteligente.
- **computação evolucionária**: base da inteligência artificial evolucionária (IAE) que atribui inteligência ao comportamento de populações que mudam suas características para melhor se adaptar ao meio.

Alguns domínios de aplicação da IA são: processamento de linguagem natural, base de dados inteligentes, demonstração automática de teoremas, robótica, problemas de decisão, diagnóstico, interpretação, monitoração, reparação, projeto e/ou planejamento, raciocínio sobre o mundo físico, ensino e manipulações matemáticas (BARRETO, 2001).

A seguir são apresentadas algumas técnicas utilizadas pela IA na extração do conhecimento.

## 5.2 Redes Neurais

A construção de Redes Neurais Artificiais (RNA) tem inspiração nos neurônios biológicos e nos sistemas nervosos. Entretanto é importante compreender que, atualmente, as RNA estão muito distantes das Redes Neurais Naturais (RNN) e, freqüentemente, as semelhanças são mínimas. Se é verdade que o primeiro modelo de neurônio, proposto por McCulloch e Pitts em 1943 é, também, um modelo simples, cabe ressaltar que a intenção era de imitar a realidade biológica, preocupação não compartilhada pelos muitos pesquisadores atuais (AZEVEDO, 2000).

RNA se compõe de neurônios artificiais que se inspiram nos correspondentes biológicos e que são um tipo de célula (BARRETO, 2001).

### 5.2.1 Modelo de McCulloch e Pitts

McCulloch interpretou o funcionamento do neurônio como sendo um circuito binário. Seu modelo é, portanto, binário e é apresentado na figura 5.1 (BARRETO, 2001):

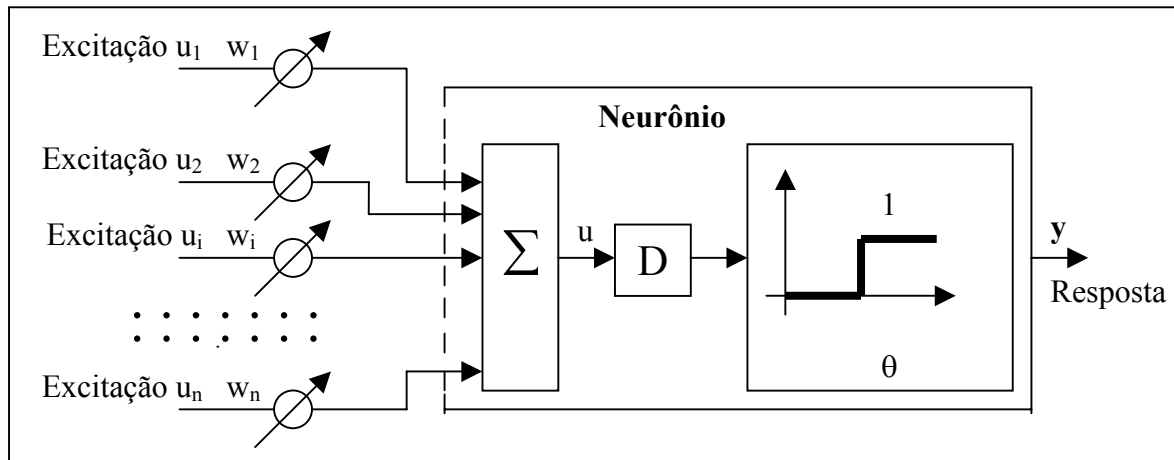


Figura 5.1 Modelo de neurônio artificial de McCulloch e Pitts

A entrada do neurônio é também binária, e as várias entradas são combinadas por uma soma ponderada, produzindo a entrada efetiva do neurônio:

$$\text{Entrada\_efetiva} = \sum_{i=1}^n w_i u_i \quad (5.1)$$

O resultado na entrada efetiva sofre um retardo  $D$ . Algumas vezes, este retardo, que é correspondente, principalmente, à difusão através da sinapse dos neuro-transmissores, é desprezado. O resultado serve de argumento a uma função chamada de *função de transferência*, neste caso, de saída binária  $\{0,1\}$ , para dar a resposta do neurônio

Usando este modelo de neurônio, *McCulloch* e *Walter H. Pitts*, utilizando argumentos lógicos, demonstraram a equivalência de suas redes com a Máquina de Turing.

De um modo geral, o funcionamento do neurônio artificial segue o modelo biológico. Cada neurônio recebe informações de outros neurônios conectados à camada anterior. Após isso, é feita a ponderação entre os sinais de entrada e os pesos das conexões. O resultado é aplicado à função de transferência que, dependendo do limiar, promove a ativação do neurônio ou a saída da informação.

### 5.2.2 Representação do Conhecimento

Segundo BARRETO (2001), existem dois modos de representar o conhecimento: localizado e distribuído. O conhecimento é localizado quando a um neurônio ou a uma sinapse corresponde um conhecimento determinado, distribuído quando a cada conhecimento correspondem vários neurônios ou sinapses.

Seja, por exemplo, que se deseje representar uma letra do código ASCII na entrada de uma rede. Pode-se neste caso ter duas opções:

- usar 256 neurônios e fazer corresponder a cada neurônio uma letra. Apresentar uma letra será ativar o neurônio correspondente e deixar todos os outros inativos;
- usar 8 neurônios e ativar os neurônios que correspondem à representação binária ASCII da letra.

### 5.2.3 Arquitetura das RNA

Arquiteturas de RNA determinam o modo pelo qual os neurônios artificiais estão organizados, existindo diversos modelos. Uma arquitetura apresenta diversas características, entre elas:

- o número de camadas que constituem uma RNA;
- o número de neurônios em cada camada;
- o modo pelo qual os neurônios estão conectados;



- as funções de transferência.

Um exemplo de arquitetura para RNA multicamada é apresentado na figura 5.2. A rede é composta por três níveis de ativação: camada de entrada, camada interna e camada de saída. Os pesos entre as camadas de entrada e internas são representados por  $w_{1ij}$  enquanto que os pesos entre as unidades internas e as unidades de saídas são representados por  $w_{2ij}$ . Cada unidade de determinada camada é conectada a todas as unidades da camada seguinte, formando a conexão.

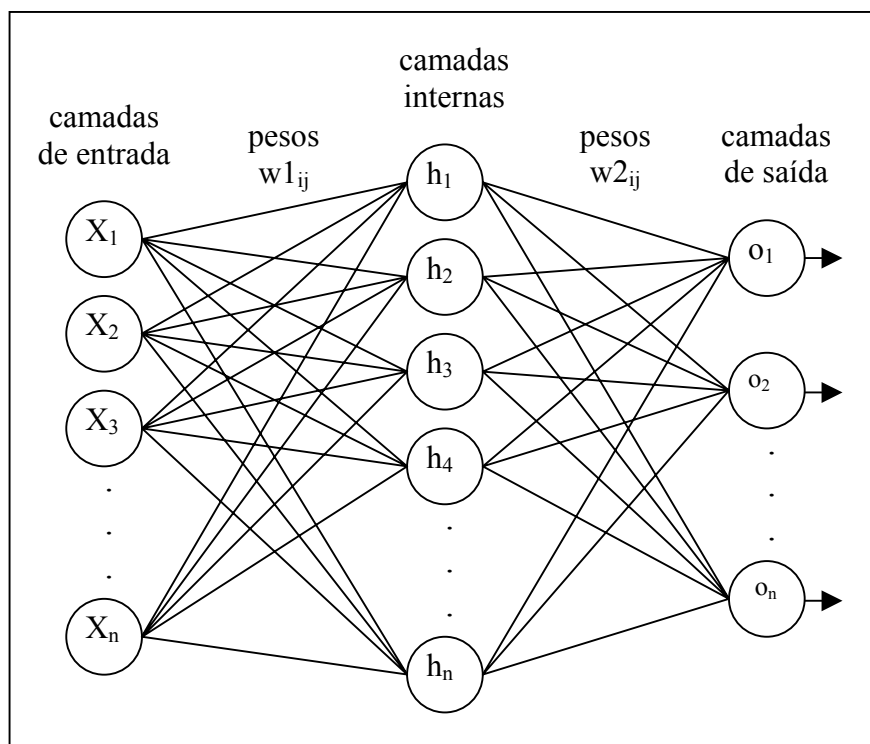


Figura 5.2 Exemplo de RNA multicamada

Essas características necessárias à escolha de uma arquitetura são definidas em função da natureza do problema, dos dados e dos resultados esperados. A escolha de uma arquitetura de RNA para a resolução de algum problema é o ponto inicial do processo de utilização dessa técnica.

As arquiteturas de RNA possuem propriedades particulares, sendo que cada uma pode atender a um conjunto maior ou mais restrito de aplicações.

### 5.2.4 Características das RNA

As características que tornam a metodologia de RNA interessantes do ponto de vista da solução de problemas são as seguintes (BITTENCOURT, 1998):

- capacidade de “aprender” através de exemplos e de generalizar este aprendizado de maneira a reconhecer instâncias similares que nunca haviam sido apresentadas como exemplo;
- bom desempenho em tarefas mal definidas, onde falta o conhecimento explícito sobre como encontrar uma solução.
- não requer conhecimento a respeito de eventuais modelos matemáticos dos domínios de aplicação;
- elevada imunidade ao ruído, isto é, o desempenho de uma rede neural não entra em colapso em presença de informações falsas ou ausentes, como é o caso nos programas convencionais, mas piora de maneira gradativa;
- possibilidade de simulação de raciocínio “a priori” e impreciso, através da associação com a lógica nebulosa.

## 5.3 Algoritmos Genéticos

Os Algoritmos Genéticos (AG) são os algoritmos evolucionários mais utilizados da Computação Evolucionária (CE). Esses algoritmos inspiram-se na teoria da evolução biológica dos seres vivos, e são utilizados na resolução de problemas computacionais, que freqüentemente requerem uma busca através de um amplo espaço de soluções candidatas, como o conjunto de equações que prevêm o sobe e desce dos mercados financeiros (MITCHELL & TAYLOR, 1999).

A Biologia Evolucionária é uma forte fonte de inspiração para a resolução destes tipos de problemas, pois a própria natureza teve que realizar uma busca em um enorme conjunto de possíveis soluções, que são as seqüências genéticas, para desenvolver organismos aptos a viverem e a se reproduzirem em seus ambientes (MITCHELL, 1996).

Basicamente no paradigma dos algoritmos genéticos, proposto inicialmente por HOLLAND (1975), se cria no computador uma população de indivíduos representados por seus cromossomos tal como na molécula de DNA do núcleo celular. Os indivíduos desta

população sofrem um processo de seleção que leva à evolução da população (BARRETO, 2001).

Inspirados na teoria de Charles Darwin exposta no livro *The Origin of Species*, no qual uma população natural, durante muitas gerações, desenvolve-se segundo os princípios da seleção natural e da sobrevivência do mais apto, os AG são capazes de desenvolver soluções para problemas do mundo real, tais como problemas de busca e otimização (BEASLEY, BULL & MARTIN, 1993).

É conveniente mencionar que existem outras teorias para a origem da vida e para os mecanismos da evolução biológica. Apesar dos conceitos de Darwin serem os mais conhecidos pelas pessoas, tal hipótese não deve ser considerada como a única válida (BARRETO, 2001).

Em uma interpretação mais ampla, o termo AG é usado para qualquer modelo baseado em uma população que usa operadores de seleção e recombinação para gerar novos pontos de amostra no espaço de busca (LEHRER, 2000).

Conforme a definição de KOZA (1990), um AG é um algoritmo matemático altamente paralelo que transforma populações de objetos matemáticos individuais em novas populações utilizando operações genéticas, como a reprodução sexual (recombinação), e a reprodução proporcional à adaptabilidade, que é o princípio Darwiniano da sobrevivência do mais apto.

As principais diferenças entre os algoritmos genéticos e os algoritmos tradicionais de busca, segundo GOLDBERG (1989) são:

- AG trabalham com uma codificação de parâmetros, em vez de trabalhar com os parâmetros em si;
- AG trabalham com uma população de pontos, em vez de um único ponto;
- AG utilizam a informação de uma função objetivo, e não utilizam conhecimentos auxiliares ou derivados;
- AG utilizam regras de transição probabilísticas em vez de regras determinísticas.

A nível biológico um indivíduo é formado por um conjunto de **cromossomos**. No entanto, pode-se fazer uma analogia entre indivíduo e cromossomo, tendo em vista que um

indivíduo pode ser formado por apenas um cromossomo, o que é comum em AG. Assim, os dois termos são usados indistintamente (BARRETO, 2001).

O cromossomo é composto de genes, sendo que cada gene possui um local fixo no cromossomo; este local é denominado de *locus*. Cada gene pode assumir um certo valor pertencente a um certo conjunto de valores os quais são denominados de *alelo*. Em termos de AG o cromossomo corresponde ao indivíduo e este é representado por uma *string* de comprimento finito. O termo gene é denominado de bit e o locus é a posição do bit no indivíduo (*string*). Já o termo *alelo* refere-se ao conjunto de valores possíveis de serem atribuídos a um determinado bit e no caso do AG canônico é o alfabeto binário 0,1 (BARRETO, 2001).

Ao conjunto de cromossomo, genes e alelos denomina-se *genótipo* e às características conferidas por este, denomina-se de *fenótipo*. Em termos de AG, o genótipo é a variável independente,  $x$ , e o fenótipo a variável dependente ou função,  $f(x)$  (DIAS, 1996).

### 5.3.1 Operadores Genéticos

Os principais operadores genéticos (OG) que são a base do funcionamento dos AG são: o **cruzamento** e a **mutação**.

O cruzamento ou *crossover* é típico de seres mais evoluídos e se dá pela aproximação dos cromossomos dos dois indivíduos (pais), que trocam entre si partes de seus cromossomos. Isso resulta em dois cromossomos diferentes que, porém, ainda guardam influências dos pais (BARRETO, 1996).

Há várias formas de se fazer o cruzamento. O operador *crossover* mais simples, é o chamado *crossover* de um ponto (*One-Point*), onde, primeiro um local de cruzamento é escolhido com probabilidade uniforme sobre o comprimento do cromossomo, então, as *strings* correspondentes são permutadas, como é mostrado na figura 5.3.

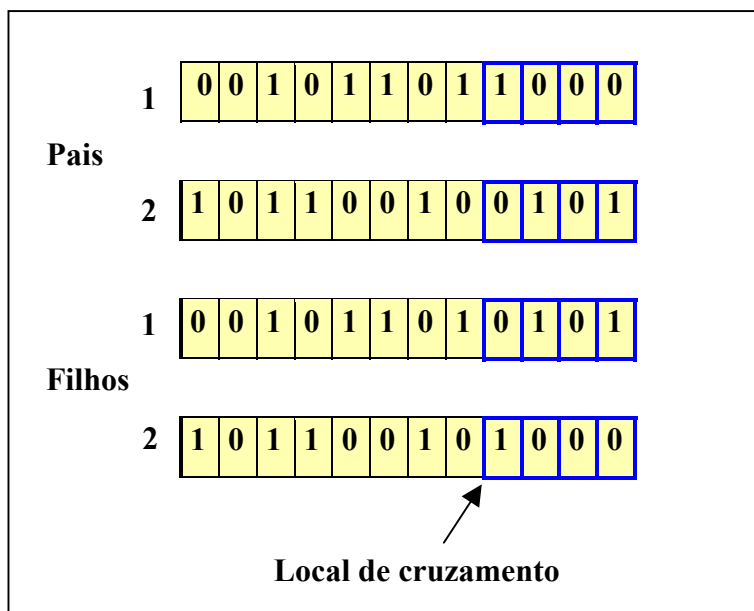


Figura 5.3 Operador *crossover* de um ponto

Há outras técnicas de *crossover*, como é o caso do *crossover* de dois pontos (*Two-Point*), e outros tipos uniformes. Contudo não há consenso sobre qual é a melhor técnica a ser usada (DIAS, 1999).

A mutação consiste em perturbações na cadeia dos cromossomos dando origem a uma nova cadeia que guardará pouca ou nenhuma informação da cadeia mãe. Na realidade, mutação é a denominação dada a vários mecanismos de alteração genética, os quais tem em comum o fato de fazerem o novo cromossomo apresentar pouca informação dos pais (ALGARVE, 1997).

Esta alteração ocorre de forma que cada gene em cada cromossomo é um candidato à mutação, enquanto que a seleção é determinada pela probabilidade de mutação. Esta probabilidade é mantida, usualmente em um valor baixo, para evitar-se a perda de um número grande de cromossomos bons (PARK & KANDEL, 1994).

A tarefa da mutação em AG tem sido a de restituir a perda ou material genético inexplorado na população, com o objetivo de prevenir a convergência prematura do AG para soluções sub-ótimas (SIRIVAS & PATNAIK, 1994).

Dentre os principais mecanismos de alteração genética, que recebem a denominação global de mutação, destacam-se: troca simples, translocação, inversão, deleção e adição.

Um exemplo de mutação com troca simples é apresentado na figura 5.4.

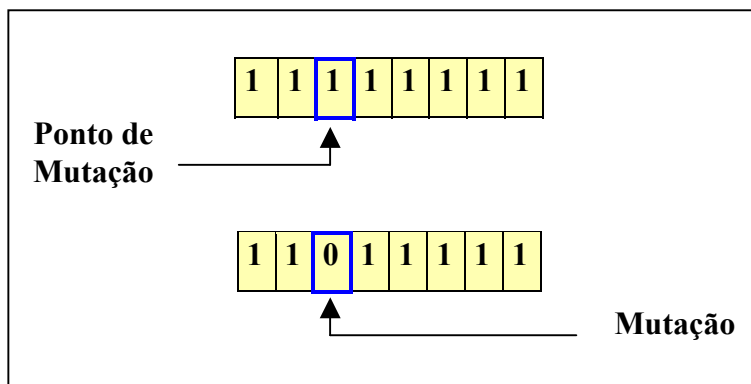


Figura 5.4 Mutação (troca simples)

A troca simples consiste de um erro de cópia de um ou mais genes da cadeia. Se um gene for considerado como sendo um *bit*, com valor lógico 1, a ocorrência de troca simples levaria este *bit* (gene) para nível lógico 0 e se fosse 0, levaria para 1.

### 5.3.2 Algoritmo Genético Simples

O trabalho original de HOLLAND (1975) propõe os seguintes passos principais para um algoritmo genético simples (SIRIVAS & PATNAIK, 1994):

- geração da população inicial;
- validação dos elementos da população e análise de convergência;
- seleção;
- manipulação genética.

## 5.4 Lógica Nebulosa

A dificuldade, ou a impossibilidade, de se obter todas as informações e de equacionar a realidade imprecisa do mundo, levou alguns cientistas a propor lógicas alternativas que seriam mais propícias   representação daquele mundo particular. Uma destas proposições é a lógica nebulosa introduzida por *Lotfi A. Zadeh* em 1965 (AZEVEDO, 2000).

O raciocínio nebuloso é um raciocínio que, baseado em dados imprecisos, os quais são representados por graus de pertinência a um conjunto nebuloso, chega a uma conclusão (BARRETO, 2001).

Dado um universo de discurso  $X$ , um subconjunto nebuloso  $A$  de  $X$  é definido por uma função de pertinência que associa a cada elemento  $x$  de  $X$  o grau  $\mu_A(x)$ , compreendido entre 0 e 1, com o qual  $x$  pertence a  $A$  (ZADEH, 1965):

$$\mu_A : X \rightarrow [0,1]$$

Através da lógica nebulosa, pode-se realizar operações com palavras, onde os conjuntos nebulosos são os valores das palavras. A motivação, por conseguinte, para a utilização de conjuntos nebulosos vem da necessidade de representar proposições do tipo (AZEVEDO, 2000):

- Pedro é muito alto;
- Joana está ligeiramente mais gorda;
- Lígia é baixa;
- João está com febre alta;
- Maria tem em torno de 35 anos.

Assim, a imprecisão a respeito de uma afirmação, é expressa através de um número que em vez de probabilidade exprime a possibilidade da afirmação ser correta. No caso do exemplo, *João está com febre alta*, pode-se exprimir a possibilidade da febre pertencer ao conjunto de coisas altas.

Para AZEVEDO (2000), o tratamento da imprecisão, pode ser necessário nas diferentes etapas do manejo do conhecimento, ou seja na:

- coleta da informação;
- definição dos elementos do conhecimento;
- combinação de elementos entre si, ou seja, imprecisão nas premissas;
- forma de obter conclusões, isto é, aplicação de uma regra de raciocínio;
- avaliação de uma seqüência de regras ou estruturas, como é o caso da aplicação sucessiva de regras de raciocínio.

### 5.4.1 Sistema de Inferência Nebulosa

O raciocínio nebuloso envolve processos tais como: *fuzzificação* (nebulização), *defuzzificação* (denebulização). E para uma melhor compreensão deles precisa-se da definição de alguns conceitos (BARRETO, 2001):

- **função de pertinência:** define um conjunto nebuloso mapeando entradas abruptas (*crisp*) de seu domínio a graus de pertinência.
- **grau de pertinência:** grau ao qual um valor abrupto é compatível com uma função de pertinência, o qual pode tomar valores dentro de um intervalo predeterminado, por exemplo:  $[0,1]$ .
- **etiqueta:** nome descritivo, utiliza-se para identificar uma função de pertinência.
- **domínio:** valores (geralmente números) sob os quais é definida a função de pertinência.
- **universo de discurso:** todos os valores possíveis de uma variável do sistema.

O caminho do raciocínio nebuloso está representado na figura 5.5. Este sistema mapeia entradas abruptas em saídas abruptas e é basicamente formado por quatro componentes:

➤ **regras:**

Podem ser fornecidas pelo especialista ou ser extraída de dados numéricos. Em ambos os casos as regras de inferência são expressas como declarações do tipo “SE.....ENTÃO”.

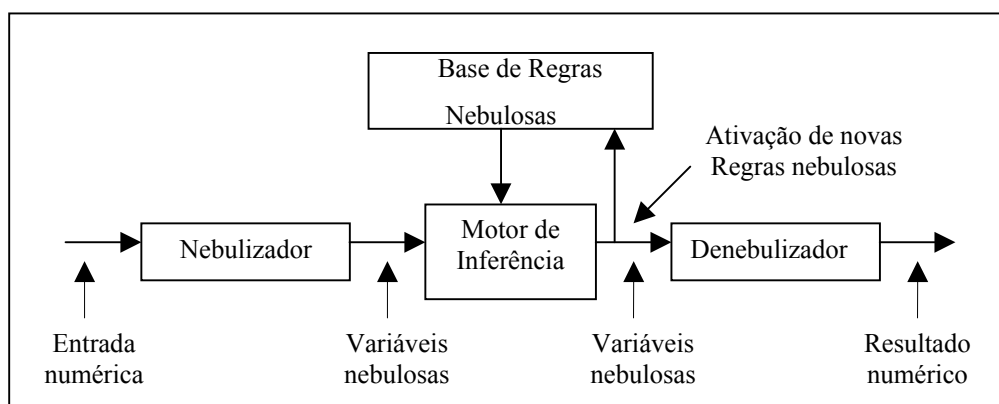


Figura 5.5 Sistema de inferência nebulosa



➤ **nebulizador:**

Mapeia números abruptos de entrada em conjuntos nebulosos. Isto é necessário para ativar regras que estão em termos de variáveis lingüísticas, as quais possuem conjuntos nebulosos associados a eles. Estes conjuntos nebulosos podem ser representados por funções do tipo impulso, triangular ou trapezoidal.

➤ **motor de inferência:**

Mapeia conjuntos nebulosos em conjuntos nebulosos. Este manipula o caminho no qual as regras são combinadas.

➤ **denebulizador:**

Mapeia conjuntos nebulosos de saída em números abruptos. É o processo onde as funções de pertinência são amostradas para achar o grau de pertinência. Então, o grau de pertinência é usado na(s) equação(s) da lógica nebulosa e uma região resultante é definida. Assim, a saída é deduzida.

Várias técnicas têm sido desenvolvidas para produzir uma saída denebulizada (“*defuzzified*”). As três mais utilizadas são:

- **denebulizador máximo** ou **maximizador**, cuja saída máxima é selecionada;
- **denebulizador meio do máximo** ou **média do peso**, a qual a média dos pesos faz com que se obtenha as saídas possíveis;
- **denebulizador do centróide** e suas variantes, os quais acham, como saída, o centro de massa.

## 5.5 Árvores de Decisão

A árvore de decisão é uma maneira gráfica de visualizar as conseqüências de decisões atuais e futuras bem como os eventos aleatórios relacionados. É um modelo de uma função discreta no qual é determinado o valor de uma variável, e com base neste valor, alguma ação é executada.

Uma árvore de decisão utiliza a estratégia *top-down*, ou seja, um problema complexo é decomposto em subproblemas mais simples e recursivamente a mesma estratégia é aplicada a cada subproblema.

A capacidade de discriminação de uma árvore vem da divisão do espaço definido pelos atributos em sub-espacos e a cada sub-espaco é associada uma classe.

A figura 5.6 representa uma árvore de decisão:

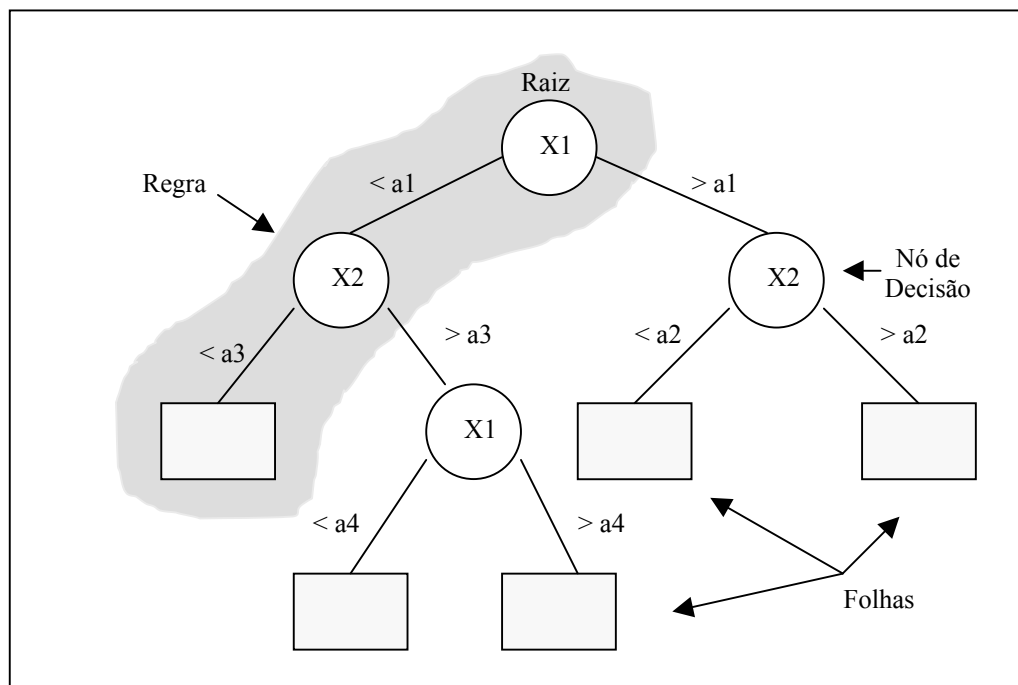


Figura 5.6 Representação da árvore de decisão

Onde:

- cada nó de decisão contém um teste em um atributo;
- cada ramo descendente corresponde a um possível valor deste atributo.
- cada folha está associada a uma classe;
- cada percurso na árvore (da raiz à folha) corresponde a uma regra de classificação.

Desta forma, como medir a habilidade de um dado atributo em discriminar as classes?

Existem muitas medidas, e todas concordam e dois pontos:

- uma divisão que mantém as proporções de classes em todas as partições é inútil;

- uma divisão onde, em cada partição, todos os exemplos são da mesma classe, tem utilidade máxima.

No contexto das árvores de decisão a **entropia**, definida em Teoria da Informação, satisfaz todas as restrições impostas à função de impuridade, e é usada para estimar a aleatoriedade da variável a prever (classe). A entropia de uma variável nominal  $X$  que pode tomar  $i$  valores é dada pela equação (5.2):

$$\text{entropia}(x) = - \sum_i p_i * \log_2 p_i \quad (5.2)$$

- entropia ( $x$ ) é máxima quando as classes são equiprováveis;
- é mínima, e igual a 0, quando todos os exemplos pertencem à mesma classe;
- é simétrica;
- é assumido que  $0 * \log_2 0 = 0$ .

A construção de uma árvore de decisão é guiada pelo objetivo de diminuir a entropia, ou seja, a aleatoriedade (dificuldade de previsão da variável objetivo).

Pode-se citar as seguintes vantagens e desvantagens na utilização das árvores de decisão:

#### **Vantagens:**

- método não paramétrico:
  - não assume nenhuma distribuição particular para os dados;
  - pode-se construir modelos para qualquer função desde que o número de exemplos de treino seja suficiente;
- a estrutura da árvore de decisão é independente da escala das variáveis;
  - transformações das variáveis ( $\log x$ ,  $2^x$ ...) não alteram a estrutura da árvore;
- elevado grau de interpretabilidade;
  - uma decisão complexa (prever o valor da classe) é decomposto em uma sucessão de decisões elementares;
- é eficiente na construção de modelos;
  - complexidade média  $O(n \log n)$ ;

- robusto à presença de pontos extremos e atributos redundantes ou irrelevantes;
  - mecanismo de seleção de atributos;
- podem adquirir e representar facilmente conceitos disjuntos;
- executam poucas buscas;
- a simplicidade do formato de representação é contrabalanceada por sua eficiência.

#### **Desvantagens:**

- um mesmo conceito pode ser representado por várias árvores de decisão;
- é difícil entender um conceito representado como uma árvore de decisão grande;
- limitados a uma linguagem descritiva baseada em atributos-valores;
- instabilidade;
  - pequenas perturbações do conjunto de treino podem provocar grandes alterações no modelo aprendido;

## **5.6 Mineração de Dados**

Com o crescente avanço tecnológico, a popularização dos computadores nas empresas, e o aumento da competitividade empresarial tem crescido o volume de dados armazenados em forma digital. Tornou-se um desafio a implementação de técnicas que consigam mensurar e descobrir padrões relevantes na crescente massa de dados, resultando no aumento da complexidade das tarefas operacionais e decisórias. Essa explosão nos dados, pode determinar a sobrevivência ou não de uma empresa, desde que consigam extrair informações pertinentes à tomada de decisão e a melhoria nos processos operacionais.

*Data Mining* ou Mineração de Dados (MD) são termos dados à utilização de um conjunto de técnicas provenientes da IA e estatística com o objetivo específico de revelar conhecimento em uma massa de dados.

A MD é uma etapa no processo de **KDD** (*Knowledge Discovery in Database*), responsável pela aplicação dos algoritmos com a finalidade de identificar padrões  $E_j$  sobre uma base de dados  $F$  (FAYYAD, 1996), ou gerar um conjunto de regras que descrevam o comportamento dos dados.

A figura 5.7 mostra o processo completo da descoberta do conhecimento em uma base de dados (FAYYAD, 1996):

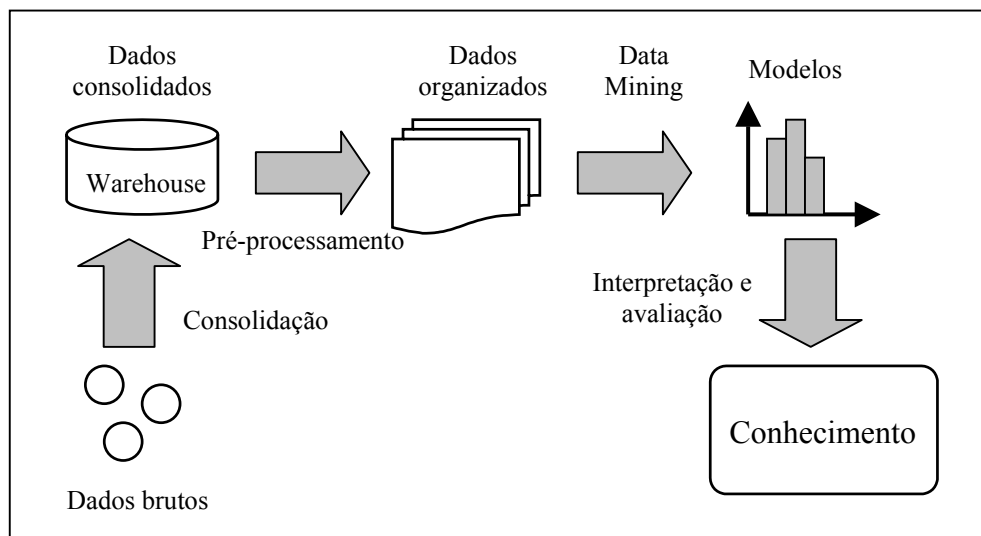


Figura 5.7 Processo de descoberta do conhecimento em base de dados

O processo de KDD envolve a seleção, o pré-processamento, a transformação dos dados, a aplicação de algoritmos, a interpretação dos resultados e a geração de conhecimento (FAYYAD, 1996).

Na visão de BERRY & LINOFF (1997), existem metas primárias para um sistema de mineração de dados:

- previsão: envolve a utilização de algumas variáveis (atributos da base de dados) para prever valores desconhecidos ou futuros de outras variáveis de interesse;
- descrição: procura por padrões que descrevam os dados e que sejam interpretáveis;

Levando-se em conta tais metas, pode-se observar a real importância desse processo dentro de uma organização, sendo que essas metas devem prever algumas fases, entre elas (HARRISON, 1998):

- identificar problemas e áreas para as quais a análise de dados pode fornecer valor;
- transformar dados em informações acionáveis, usando técnicas de mineração de dados;
- agir sobre a informação e, a partir dela, melhorar os processos que regem o relacionamento da empresa com seus consumidores e fornecedores; e

- medir os resultados dos esforços para fornecer idéias sobre como explorar os dados. Esta fase proporciona o *feedback* para o aumento constante na qualidade dos resultados.

A seguir é apresentada a terminologia e a representação do conhecimento na mineração de dados:

### 5.6.1 Classificação (Aprendizado Supervisionado)

A classificação é uma das técnicas mais utilizadas no processo de mineração dos dados porque é uma das tarefas cognitivas humanas mais realizadas no auxílio à compreensão do ambiente em que vivemos.

É também denominado aprendizado supervisionado porque a entrada e a saída desejadas são fornecidas previamente por um supervisor externo (FAUSSET, 1994).

É uma categoria de problemas cujos padrões (entradas) pertencem ou não a uma ou várias classes previamente definidas (FAUSETT, 1994).

A tarefa de classificar normalmente exige a comparação de um objeto ou dado com outros dados ou objetos que supostamente pertençam a classes anteriormente definidas. Para comparar dados ou objetos, utiliza-se uma métrica ou forma de medida de diferenças entre eles (CARVALHO, 2001).

Algumas das ferramentas muito utilizadas para classificar dados são: redes neurais, algoritmos genéticos, métodos estatísticos e árvores de decisão. Abaixo estão descritas algumas aplicações que utilizam classificação:

- TODESCO (1995) utilizou uma rede de Função de Base Radial (FBR) para a classificação de cromossomos humanos. Nesse trabalho, é confrontada a solução baseada em uma rede neural em relação aos métodos mais tradicionais, tais como classificadores paramétricos e não-paramétricos utilizados em Métodos Estatísticos;
- FRENKEL & NADAL (1999) utilizaram uma rede *feedforward* (*Backpropagation*) para detecção de mudanças em segmentos isoeletrícos, entre a onda S e a onda T (segmento ST) em um eletrocardiograma (ECG), relacionados a episódios isquêmicos do coração;

- MELO et al. (1999) apresenta uma variação da rede de Kohonen para suportar treinamento supervisionado, buscando detectar arritmias cardíacas a partir de eletrocardiogramas (ECG).

### 5.6.2 Agrupamento (Aprendizado Não Supervisionado)

Agrupamento (*Clustering*) ou segmentação é um método no qual dados parecidos são agrupados. A tarefa é, dadas várias categorias ou classes conhecidas, dizer a qual delas um certo dado pertence.

Pode ser definida como uma técnica que agrupa um conjunto de itens, indivíduos ou objetos, sendo que os objetos incluídos em um mesmo agrupamento são os mais similares entre si e menos similares em relação aos objetos que estão em outros agrupamentos (HAIR et al., 1998). Nessa técnica, objetiva-se a descoberta de um conjunto de classes, ou seja, deve-se achar  $N$  agrupamentos ( $A_1, A_2, \dots, A_n$ ) que descrevam o comportamento dos dados. Agrupamentos baseiam-se principalmente na maximização da similaridade intraclases e na minimização da similaridade interclases (CHEN et al., 1996).

Por exemplo, no caso de reivindicações fraudulentas, os registros podem naturalmente ser separados em duas classes. Uma das classes pode corresponder a reivindicações normais e a outra pode corresponder à reivindicações fraudulentas.

Os agrupamentos são realizados por meio de uma distância de similaridade (dissimilaridade) (JOHNSON & WICHERN, 1998). Dessa maneira, a pessoa que realiza a análise deve possuir conhecimento suficiente sobre o problema, visando distinguir grupos úteis, necessários à realização de consultas. A análise de agrupamentos é uma metodologia objetiva para quantificar uma característica estrutural de um conjunto de observações (HAIR et al., 1998), e apresenta três desafios básicos:

- como medir a similaridade entre os itens. Neste item, torna-se necessário a adoção de um parâmetro de qualificação dos itens;
- como formar os agrupamentos. Aqui deve-se determinar quais variáveis fazem parte da geração de determinados agrupamentos;
- quantos grupos devem ser formados. Existem basicamente duas abordagens, uma define o número de agrupamentos desejados, e outra que usa um critério, tal como um raio de abrangência do agrupamento.

Existem várias técnicas e algoritmos que procuram encontrar grupos potencialmente úteis, entre os quais estão incluídos os Métodos Estatísticos e as Redes Neurais.

### 5.6.3 Previsão

A previsão resume-se na avaliação do valor futuro de algum índice, baseando-se em dados do comportamento passado deste índice (CARVALHO, 2001).

Um modelo pode ser usado com sucesso para prever resultados de eventos futuros. Embora dados históricos não possam profetizar o futuro, padrões tendem a se repetir, de forma que um modelo representativo de um conjunto de dados pode ser construído, e previsões podem ser feitas a partir deles (GROTH, 1998).

A grande relevância das previsões é que estas oferecem subsídios à tomada de decisões. Redes Neurais e Métodos Estatísticos são ferramentas utilizadas em previsão. Abaixo estão descritas algumas aplicações que utilizam previsão:

- PAZ & BORGES (1999) utilizaram a rede neural RBF na previsão de consumo de energia elétrica. A previsão, primeiramente, baseou-se em dados de 1956 até 1995, visando prever o consumo de 1996;
- RAUTENBERG (1998) construiu uma ferramenta baseada em uma rede RBF, de modo a auxiliar na predição de receitas de cores em uma estamperia, objetivando reduzir o desperdício de materiais e o retrabalho.

### 5.6.4 Regressão Linear

O termo *regressão* surgiu com os trabalhos de Galton no final do século passado. Estes trabalhos procuravam explicar certas características de um indivíduo a partir das características de seus pais. Galton acreditava que os filhos de pais excepcionais com respeito a determinada característica, também possuíam esta característica, porém, em uma intensidade, em média, menor do que a média de seus pais (BARBETTA, 2001).

A aplicação da análise de regressão é geralmente feita sob um referencial teórico, que justifique uma relação matemática de causalidade (BARBETTA, 2001).

Segundo GROTH (1998), regressão linear é a técnica estatística para descobrir como dados de entrada, ou variáveis independentes, podem afetar uma certa saída, ou variável dependente.



Quando a saída, ou classe, e todos os atributos são numéricos, a regressão linear é uma técnica natural a considerar. A idéia é expressar a classe como uma combinação linear dos atributos, com pesos predeterminados.

$$x = w_0 + w_1 a_1 + w_2 a_2 + \dots + w_k a_k \quad (5.2)$$

Onde  $x$  é a classe,  $a_1, a_2, \dots, a_n$  são os valores dos atributos, e  $w_0, w_1, \dots, w_n$ , são os pesos.

O modelo estatístico-matemático de regressão, em sua formulação mais simples, relaciona uma variável  $Y$ , chamada de variável *resposta* ou *dependente*, com uma variável  $X$ , denominada de variável *explicativa* ou *independente* (BARBETTA, 2001).

A figura 5.8 mostra a amplitude da aplicação da análise de regressão (BARBETTA, 2001).

Variável independente, X	→	variável dependente, Y
Renda (R\$)	→	consumo (R\$)
Gasto com o controle da qualidade (R\$)	→	número de defeitos nos produtos
Memória RAM do computador (Gb)	→	tempo de resposta do sistema (seg)
Área construída do imóvel (m <sup>2</sup> )	→	preço do imóvel (R\$)

Figura 5.8 Aplicações do modelo de regressão linear simples.

### 5.6.5 Regras de Associação

Na área de prospecção de dados (*Data Mining*) as regras de associação servem tipicamente para representar padrões freqüentes descobertos nos dados. A sua principal função é a de caracterizá-los, representando as regularidades encontradas.

Consiste na descoberta de relacionamentos existentes entre variáveis. Esses relacionamentos são descobertos efetuando-se múltiplos passos iterativos sobre a base de dados. A cada iteração é levado em consideração o conjunto de itens gerados no passo anterior, chamado de conjunto de itens candidatos. Seja  $I = \{i_1, i_2, \dots, i_m\}$  um conjunto de itens, uma regra de associação é uma implicação na forma  $X \Rightarrow Y$ , onde  $X \subseteq I$ ,  $Y \subseteq I$ , e  $X \cap Y = \emptyset$ .

Uma regra de associação possui dois parâmetros básicos: um suporte e uma confiança. O suporte é caracterizado pelo número mínimo de ocorrências de  $X \cap Y$ , ou seja, a união de itens no conseqüente e antecedente da regra está presente em um suporte mínimo  $s\%$  na base (AGRAWAL, 1993), enquanto que a confiança é um percentual das transações na base de dados que satisfazem o antecedente da regra (X) e também o conseqüente da regra (Y) (CHEUNG et al., 1996).

O problema de regras de associação pode ser decomposto em três passos principais (AGRAWAL, 1993):

- gerar todas as combinações de itens;
- descobrir conjunto de itens. Esse passo consiste em gerar um conjunto com todas as combinações de itens obedecendo a um limiar, chamado suporte mínimo. As combinações que satisfazem essa condição são chamadas de conjunto de itens grandes, enquanto que as que não satisfazem são chamadas de conjunto de itens pequenos;
- gerar as regras de associação para a base de dados. Após o conjunto de itens finais ter sido produzido, deve-se gerar as regras de associação de um conjunto de itens  $Y = I_1, I_2, \dots, I_k$ , sendo  $k \geq 2$ . O antecedente da regra será um conjunto X de Y, tal que X possua k-1 itens e o conseqüente seja Y-X. Para verificar a validade de uma regra, a confiança da regra ( $\text{suporte}(Y)/\text{suporte}(X)$ ) deve satisfazer o valor mínimo de confiança informado.

Existem algumas variações do algoritmo básico de geração de regras. A grande maioria é uma extensão do algoritmo *Apriori*. Entre essas derivações, pode-se citar *AprioriTid*, DHP, e *Partition*. Na seção seguinte será descrito o algoritmo *Apriori*.

#### a) Algoritmo *Apriori*

O algoritmo *apriori* (figura 5.9) é um dos algoritmos mais conhecidos e referenciados na geração de regras de associação e tem como objetivo encontrar os conjuntos de itens mais freqüentes ( $L_k$ ). Este algoritmo baseia-se em duas funções: a primeira chamada *apriori\_gen* (figura 5.10), que gera os itens candidatos levando em consideração o valor do suporte (percentual indicado que oferece a ocorrência mínima de determinada combinação de itens

na base de dados), e uma segunda função, chamada **genrules**, que gera as regras de associação considerando o parâmetro de confiança informado.

A primeira etapa do algoritmo consiste na contagem dos itens para determinar o *itemset* inicial  $L_1$ . Em seguida, utilizando  $(k-1)$  iterações, são gerados os potenciais itens candidatos através da função *apriori\_gen*, composta de dois passos. No primeiro passo é realizada a junção dos itens, sendo o conjunto  $C_k$  gerado a partir de  $L_{k-1}$  com  $L_{k-1}$ . Em seguida, no passo de poda, são eliminados todos os *itemsets*  $c \in C_k$ , tal que um dado  $(k-1)$ -*subset* de  $c$  não esteja em  $L_{k-1}$ .

Seja  $L_{k-1} = \{\{1,2,3\}, \{1,2,5\}, \{1,3,5\}, \{1,4,5\}, \{1,4,6\}, \{2,3,5\}, \{3,1,2\}, \{3,1,3\}, \{3,2,3\}\}$ , o conjunto  $C_k$  será  $\{\{1,2,3,5\}, \{1,4,5,6\}, \{3,1,2,3\}\}$ . Na fase de poda o item  $\{1,4,5,6\}$  será eliminado, pois o *itemset*  $\{1,5,6\}$  não se encontra em  $L_{k-1}$ .

Na última fase do algoritmo, são geradas todas as regras para todos os *subsets* não vazios de  $l$  através do procedimento *genrules* (figura 5.11). Para todo *subset*  $a$ , é gerada uma regra  $a(l-a)$ , se a confiança da regra ( $\text{suporte}(I)/\text{suporte}(a)$ ) é menor ou igual à mínima confiança especificada.

Para gerar uma regra que possua vários conseqüentes, consideram-se todos os *subsets* de um determinado *itemset*, ou seja, tomando como exemplo o *itemset* ABCD, considera-se o primeiro *subset* ABC, então AB, etc. Para evitar a geração desnecessária de regras, caso ABC C não alcance a confiança mínima, não é necessário verificar se AB CD a possui. A seguir os algoritmos: *apriori* básico, *apriori\_gen* e *gen\_rules* são listados.

```

 $L_1 = \{1\text{-itemsets}\};$ 
Para ( $k=2; L_{k-1} \neq 0; k++$ ) faça {
   $C_k = \text{Apriori\_gen}(L_{k-1});$ 
  Para toda transação  $t \in D$  faça {
     $C_t = \text{subset}(C_k, t);$ 
    Para todo candidato  $c \in C_t$  faça
       $c.\text{count}++$ 
  }
   $L_k = \{ c \in C_k \mid c.\text{count} \geq \text{minsup} \}$ 
}
Retorna =  $L_k$ ;

```

Figura 5.9 Algoritmo *apriori* básico (AGRAWAL et al., 1996)

Passo 1

Insere em  $C_k$

Seleciona  $p.item_1, p.item_2, \dots, p.item_{k-1}, q.item_{k-1}$

de  $L_{k-1} p, L_{k-1} q$

onde  $p.item_1 = q.item_1, \dots, p.item_{k-2} = q.item_{k-2}, p.item_{k-1} < q.item_{k-1}$ ;

Passo 2

Para todo itemset  $c \in C_k$  faça

Para todo  $(K-1)$ -subset  $s$  de  $c$  faça

Se  $(s \notin L_{k-1})$  então

Elimina  $c$  de  $C_k$

Figura 5.10 Função *apriori\_gen* (AGRAWAL et al., 1996)

Procedimento *gen\_rules*( $l_k$ :  $k$ -itemset,  $a_m$ :  $m$ -itemset)

$A = \{(m-1)\text{-itemsets } a_{m-1} \mid a_{m-1} \subset a_m\}$ ;

para todo  $a_{m-1} \in A$  faça

$conf = \text{suporte}(l_k) / \text{suporte}(a_{m-1})$ ;

se  $(conf \geq minconf)$  então

apresenta regra  $a_{m-1} \Rightarrow (l_k - a_{m-1})$

se  $(m-1 > 1)$  então

chama *gen\_rules*( $l_k, a_{m-1}$ );

fimse

fimse

fimpara

fim

Figura 5.11 Procedimento *gen\_rules* (AGRAWAL et al., 1996)

A seguir apresenta-se uma discussão sob a ótica de diversos estudiosos sobre o processo lógico de aquisição do conhecimento entendido como **indução**. O pensamento de alguns cientistas e pesquisadores é analisado e algumas comparações são formuladas.

## 6 INDUÇÃO

### 6.1 Introdução

“A indução é o procedimento que dos particulares leva aos universais.”

Esta definição, que ainda hoje é aceita, contém os elementos que identificam a natureza e a limitação do processo indutivo. Para isto se requer apenas um esforço de explicitação dos termos nela contidos. Parece que a chave desta análise reside nos significados de **particular** — **leva** — **universal** (BARRETO & MOREIRA, 1993).

O termo **particular** refere-se a observações singulares que deverão gerar um número igual de juízos. Estes juízos, expressos nas formas este A é B ou alguns A são B, caracterizam-se por atribuir o predicado B a A ou a alguns A e não a todos A. O termo **universal**, ao contrário, refere-se a juízos de forma todo A é B que se caracterizam por atribuir o predicado B extensivamente a todo e qualquer A. O termo **leva** significa que a partir do conhecimento de particulares, através da observação, pode-se chegar ao conhecimento de universais. Ou seja, se é sabido que  $A_1$  é B,  $A_2$  é B... $A_n$  é B, onde  $A_1, A_2, \dots, A_n$  são elementos de uma classe A, pode-se concluir que qualquer elemento de A é B (BARRETO & MOREIRA, 1993).

A indução é o processo lógico para a obtenção do conhecimento. A questão fundamental é saber como particular e universal se relacionam, ou seja, como do particular se chega ao universal (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Diferentemente da dedução, a indução deixa de situar-se no plano lógico, mas se refere aos enunciados que são tirados dos fatos. Na indução, a verdade geral ou universal que é inferida não está contida nas partes examinadas; e o conteúdo da conclusão é muito mais amplo do que o das premissas que lhe servem de base. Tanto o argumento indutivo quanto o dedutivo se apoiam em premissas: a diferença é que no dedutivo as premissas verdadeiras conduzem necessariamente à conclusão verdadeira, enquanto no indutivo elas chegam a conclusões questionáveis quanto à sua veracidade (BARRETO & MOREIRA, 1993).

## 6.2 Indução Completa

Na indução, o que normalmente se verifica é que de premissas que encerram informações acerca de casos ou acontecimentos observados, passa-se para uma conclusão que contém informações sobre casos ou acontecimentos não observados (LAKATOS, 1986).

No pensamento clássico costuma-se distinguir a indução rigorosa da indução amplificante. Na indução rigorosa ou completa a afirmação da lei universal encerra, em número necessariamente finito, todos os casos particulares observados. Ela resume e não amplia a sequência de observação (HUISMAN, 1961).

Quem primeiro tratou da indução rigorosa ou completa foi Aristóteles. Tal tipo de indução se apresenta fácil, porque primeiramente são enunciadas todas as partes e, em seguida, conclui-se sobre o todo. Veja-se por exemplo a seguinte indução completa (BARRETO & MOREIRA, 1993):

A audição, a visão, o olfato, o paladar, o tato tem órgãos.

A audição, a visão, o olfato, o paladar, o tato são todos os sentidos.

Logo, todos os sentidos têm órgãos.

Como se vê, a conclusão geral a respeito de uma certa classe, (no caso a classe composta por todos os sentidos), é feita a partir da observação de todos os particulares da classe apresentada. Verificou-se que cada objeto pertencente à classe em questão, por exemplo a audição, tem um órgão próprio e é um sentido. Daí ter sido possível a conclusão.

Desta forma, no raciocínio por indução completa tem-se que primeiramente saber com exatidão o número de objetos ou de fenômenos que formam a classe estudada e, em seguida convencer-se de que o caráter que se generaliza pertence a cada um dos objetos ou fenômenos desta classe (GORSKY, 1968).

Supondo-se que estas condições sejam satisfeitas, este tipo de inferência é realmente um raciocínio válido e se constitui em uma prova apotídica, isto é, demonstrável, valendo, pois de modo necessário. Aqui a conclusão passa a ser uma simples totalização do saber que foi adquirido e, não é mais do que uma dedução, feita de maneira diferente (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Algumas vezes faz-se a comparação entre a indução completa e o silogismo, afirmando-se que a primeira seria uma espécie de silogismo de terceira figura (BARRETO & MOREIRA, 1993).

### 6.3 Indução Matemática

A matemática procura, a partir de postulados, axiomas e definições previamente aceitos, chegar a outras proposições que daqueles decorrem necessariamente. Neste sentido o raciocínio matemático é tautológico. Entretanto, em uma análise mais cuidadosa, percebe-se uma diferença fundamental entre o silogismo e a demonstração matemática (BARRETO & MOREIRA, 1993).

O silogismo afirma menos coisas na conclusão do que nas premissas, vai do universal ao particular, do geral ao especial, ao contrário do raciocínio matemático que generaliza. Por exemplo, conhecendo a soma dos ângulos de um triângulo, posso demonstrar qual é o valor da soma dos ângulos de um polígono (HUISMAN, 1961).

Esta demonstração pode ser feita pelo processo lógico que os matemáticos denominam indução matemática (BARRETO & MOREIRA, 1993).

A indução matemática, que Poincaré chama de demonstração recorrente, estende uma propriedade verificada para um número finito de casos a uma série infinita (HUISMAN, 1961).

Como se fala em série ou seqüência a propriedade em questão será sempre uma propriedade relativa ou definida no conjunto dos números naturais (BARRETO & MOREIRA, 1993).

A indução matemática se baseia em duas condições que podem ser enunciadas da seguinte maneira (BARRETO & MOREIRA, 1993):

1. Em relação a uma propriedade  $P(n)$  o conjunto dos números naturais  $N$  é indutivo se  $P(k+1)$  for verdadeiro sempre que  $P(k)$  o for;
2.  $P(1)$  é verdadeira.

Ou dito de outro modo: se, para um conjunto  $S$  de números, (1)  $S$  é indutivo, isto é,  $K+1 \in S$  sempre que  $K \in S$  e (2)  $1 \in S$ , então todos os números naturais pertencem a  $S$  (KINGSTON, 1966).

Verifica-se, portanto, que a indução matemática, embora possuindo algum tipo de fecundidade, é, em última análise um silogismo com aplicação restrita a proposições matemáticas definidas no conjunto dos números naturais. Tanto a indução rigorosa, completa, quanto a chamada indução matemática são consideradas como variedades da dedução (BARRETO & MOREIRA, 1993).

## 6.4 Indução Baconiana

Em 1620 Bacon publicou o seu *Novum Organum*. Pretendia ele opor-se duramente ao *Organum* aristotélico e formular uma doutrina do método científico. Na sua crítica a Aristóteles ressalta o fato de que ele “estabelecia antes as conclusões, não consultava devidamente a experiência para estabelecimento de suas resoluções e axiomas. E tendo, ao seu arbítrio, assim decidido, submetia a experiência como a uma escrava para conformá-la às suas opiniões” (BACON, 1973).

Bacon preconizava, para a formulação do novo método científico, o abandono definitivo do princípio de autoridade e a aceitação, como fonte do conhecimento, da experiência e da razão. Experiência e razão juntas, em um equilíbrio harmônico, sem predomínio de uma sobre a outra, comporiam as pilastras do novo método: a indução experimental (BARRETO & MOREIRA, 1993).

O método da antecipação da natureza, que Bacon afirmava ser aquele usado até então, consistia em se tentar atingir os axiomas a partir de “experiência rasa e estreita e a partir de poucos fatos particulares” (BACON, 1973).

Esta via consiste no saltar-se das sensações e das coisas particulares aos axiomas mais gerais e, a seguir, descobrirem-se os axiomas intermediários a partir desses princípios e de sua inamovível verdade (BACON, 1973).

Para BACON (1973), o conhecimento das formas é fundamental, pois conhecer as formas das várias coisas ou naturezas significa penetrar nos segredos profundos da natureza e tornar o homem poderoso em relação a ela. Compreender a forma significa compreender a estrutura de um fenômeno e a lei que regula o seu processo.

A indução baconiana tem como ponto de partida a organização de um registro, o mais completo possível, da história do fenômeno ou natureza estudados. Este registro é feito em



três etapas, denominadas de tábuas pelo autor do *Novum Organum* (BARRETO & MOREIRA, 1993).

A primeira tábua será constituída pelo registro de todas as situações ou instâncias em que o fenômeno estudado está presente. Em um segundo momento de maneira análoga, prepara-se o registro de todos os casos em que o fenômeno está ausente, e que tenham alguma afinidade com os registrados na tábua de presença. Finalmente, procura-se registrar a presença de um fenômeno segundo a sua maior intensidade (BARRETO & MOREIRA, 1993).

O método baconiano exige o cumprimento das seguintes etapas:

1. submissão do intelecto à crítica no intuito de se dar conta de seus erros, afastar os preconceitos que impedem o conhecimento, eliminar os obstáculos epistemológicos (os ídolos); nesta primeira etapa, neutraliza-se o método da antecipação da natureza, até então utilizado;
2. estabelecimento daquilo em que consiste o verdadeiro conhecimento da forma, isto é, de sua estrutura e da lei que regula o seu processo;
3. organização de um registro, o mais completo possível, da história do fenômeno ou natureza estudados, feita através das tábuas de presença, de ausência e de graus;
4. enunciado de uma primeira hipótese explicativa provisória ou primeira vindima;
5. teste da hipótese através das instâncias prerrogativas;
6. confirmação ou não da hipótese; se não confirmada, retoma-se o processo normalmente a partir do item 4, isto é, enunciado de nova hipótese provisória.

## 6.5 A Solução de Stuart Mill

A solução de S. Mill tem sua base teórica no conceito de causalidade. Para a maioria das pessoas a noção de causa envolve dois eventos  $E_1$  e  $C_1$  e supõe que toda vez que  $E_1$  ocorrer,  $C_1$  ocorrerá necessariamente como consequência de  $E_1$ . O conceito de causa assim entendido aparece, para a corrente empirista, como gerado da própria experiência, sendo, portanto, na linguagem Kantiana, um juízo sintético *a posteriori*. Para a corrente racionalista, e em especial para Kant, este conceito é sintético *a priori*, uma forma ou categoria, e é através dela que se estabelece a conexão entre eventos  $E_1$  e  $C_1$  (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Segundo MILL (1979), indução é um procedimento por inferência; vai do conhecido para o desconhecido; consiste em inferir, de alguns casos particulares em que um fenômeno é observado, que ocorrerá em todos os casos que se assemelham aos primeiros enquanto são consideradas suas circunstâncias essenciais. Pode-se definir indução como a operação de descobrir e provar proposições gerais ou como generalização da experiência.

Para MILL (1979), devemos primeiro observar que há um princípio implicado na própria afirmação do que é uma indução; uma suposição com respeito ao curso da natureza e à ordem do universo, a saber, que há na natureza coisas tais como casos paralelos; que o que acontece uma vez deverá, sob um grau suficiente de similaridade de circunstâncias, acontecer novamente, mas tantas vezes quantas as mesmas circunstâncias tornarem a suceder-se. E se consultarmos o curso da natureza, aí encontraremos sua garantia.

O universo, tanto quanto o conhecemos, é constituído de maneira tal que tudo que é verdadeiro em um caso de determinada natureza é também verdadeiro para todos os casos da mesma natureza; a única dificuldade é descobrir qual é esta natureza (MILL, 1979).

Neste sentido, a ordem da natureza, à primeira vista, apresenta a todo momento um caos seguido de outro caos. Compete ao estudioso descobrir na sequência desse caos aparente as conexões existentes entre eventos sucessivos. E só a observação paciente e metódica possibilitará esta descoberta (MILL, 1979).

O papel do estudioso, portanto, na utilização da indução é duplo: (BARRETO & MOREIRA, 1993)

- a) descobrir, no caos existente na natureza, pares de eventos que se sucedem;
- b) determinar se a sequência de eventos descoberta é incondicionada.

Para isso, Stuart Mill apresenta algumas técnicas, por ele chamadas de cânones, que garantirão a descoberta de seqüências invariáveis e incondicionadas. Estes cânones orientam o pesquisador no planejamento de suas experiências, de modo a que, mais rápida e seguramente, possa descobrir as seqüências invariáveis e incondicionadas. Assim, quando se descobre que  $E_1$  e  $C_1$  podem ser uma seqüência, planejam-se situações experimentais de tal forma que se possa mostrar que, toda vez que  $E_1$  ocorre,  $C_1$  também ocorrerá, independentemente de outros fatores. Ou repetem-se experimentos onde  $E_1$  não estando presente, verifica-se que  $C_1$  não ocorrerá.

Segundo BARRETO & MOREIRA (1993), a análise dos modernos textos de pesquisa experimental mostra a influência de Stuart Mill. De fato, todas as recomendações sobre controle de variáveis e todo o sofisticado aparato estatístico não buscam nada mais do que identificar as seqüências de eventos e determinar se de fato um deles é efeito do outro. A Estatística não invade o terreno da Filosofia para discutir causalidade. Ela ajuda a verificar se existe a seqüência e se é incondicionada. O problema da causalidade fica por conta de quem aceita estas duas condições como definição de causa-efeito.

## **6.6 Kneale e a Indução Primária**

A solução para justificar a indução, apresentada por Kneale, tem algumas características próprias que a distinguem de outras tentativas feitas para equacionar este problema, e pontos de concordância que a aproximam destas mesmas tentativas (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Kneale aceita que a indução é um problema epistemológico real e não um mito. Entretanto, não procura justificá-la nem pela veracidade de suas conclusões nem através da teoria das probabilidade (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Para KNEALE (1949), é claramente um erro supor que possamos justificar este procedimento, mostrando que suas conclusões são certamente verdadeiras, pois é um lugar comum se afirmar que suas conclusões são apenas prováveis. A probabilidade das conclusões da indução depende da justificativa da indução e não vice-versa.

As proposições que tentamos estabelecer pela indução amplificante são ou leis ou regras de probabilidade. Tem-se, portanto, dois conceitos diversos: leis e regras de probabilidade. As leis devem ser consideradas como princípios de conexão necessária entre caracteres, ou em outras palavras, as leis são princípios de necessidade e afirmam conexões necessárias entre propriedades (KNEALE, 1949).

O conceito de probabilidade adotado por Kneale é construído com base na noção de equipossibilidade. Retoma a definição clássica de probabilidade seguindo a orientação de Laplace (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Segundo LAPLACE (1814) a teoria das chances consiste em se reduzir todos os eventos de um mesmo tipo a um certo número de casos equipossíveis, isto é, casos sobre os quais estamos igualmente indecisos acerca de sua existência, e em determinar o número de

casos favoráveis ao evento para o qual a probabilidade é procurada. A razão deste número para aquele de todos os casos possíveis é a medida da probabilidade.

## 6.7 A Solução de Black

Black aceita os processos indutivos como instrumentos válidos na busca da verdade. Para BLACK (1949), a indução existe e não necessita de uma justificação filosófica geral — e não pode receber nenhuma. Se existe algo claro em toda esta questão, é que nenhuma defesa — dedutiva, indutiva ou “pragmática” — satisfará aqueles céticos em relação à indução.

Black também não aceita as tentativas de justificação da indução através da interpretação probabilística. A crítica que ele faz insere-se na mesma linha de raciocínio: transformar uma conclusão categórica da indução em uma afirmação probabilística não a torna aceitável, comparada aos padrões dedutivos, e se a tornar é porque a conclusão já não é a mesma (BLACK, 1949).

Sua rejeição a justificativa da indução através da interpretação probabilística, se dá, uma vez que:

1. na abordagem lógica, transforma-se o argumento indutivo em dedutivo, mas a conclusão não mais se refere a fatos não-observados e
2. na abordagem frequencial, a conclusão se refere a fatos não-observados, entretanto as premissas não a contêm.

Portanto, nenhuma modificação probabilística das conclusões da indução resolve a dificuldade (BLACK, 1949).

Neste ponto, surge a questão: por que se insiste em tomar o raciocínio dedutivo como padrão ao qual se devem comparar todos os outros? A resposta está na convicção de que só através da dedução é que se pode realmente conhecer e que como consequência a dedução é um tipo superior de argumentação, estando acima da indução (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Para BLACK (1949), o que se tem são tipos de conhecimentos diferentes: o conhecimento dedutivo, do tipo matemático, por exemplo, e o conhecimento indutivo ou baseado em evidências empíricas. A certeza dedutiva apenas assegura que a conclusão se

segue ou não das premissas. Não se pode considerá-las nem certas nem duvidosa. De modo análogo, pode-se afirmar que as proposições empíricas não são nem certas nem duvidosas. Elas são decorrentes das premissas relevantes: elas descrevem ou não o que observações posteriores mostrarão ser o caso.

Não se pode, portanto, estabelecer comparações entre dedução e indução, aparentemente analisando os dois tipos de raciocínio, mas tentando mostrar que a indução não obedece aos padrões da dedução. Tal coisa não necessita ser demonstrada. Se alguém deseja comparar as duas formas de raciocínio deve fazê-lo, tendo em vista sua capacidade de servir a um fim comum (ou, pelo menos, fins diferentes cujos valores são por sua vez comparáveis). Este fim comum não pode ser outra coisa senão o conhecimento, racionalmente alcançado (BLACK, 1949).

## 6.8 A Solução de Reichenbach

Uma forma de indução estudada por Reichenbach, é a que utiliza o princípio da explicação causal e é por ele chamada de **indução explanatória**. A partir de dados observados, chega-se a hipóteses ou teorias. Destas hipóteses ou teorias podem ser derivados os dados inicialmente observados, os quais, por sua vez, as apoiam e as tornam prováveis (BARRETO & MOREIRA, 1993).

O avanço da ciência nos últimos séculos foi, de fato, devido à aplicação da indução explanatória (REICHENBACH, 1971).

A indução não é um método de descoberta muito menos uma receita que automaticamente transforma fatos em teorias. Do mesmo modo que a lógica dedutiva, a lógica da indução preocupa-se, não com o processo psicológico da busca de soluções, mas com o processo crítico de testar soluções dadas: ela se aplica à reconstrução racional do conhecimento e portanto situa-se no contexto da justificação, não no contexto da descoberta (REICHENBACH, 1971).

Reichenbach propõe determinar a frequência relativa da veracidade do enunciado e, a partir daí, estabelecer os seus critérios de justificação. O segundo ponto a ser considerado é o abandono da lógica tradicional onde, dada uma proposição, esta seria necessariamente falsa ou verdadeira (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Abandonando a lógica de dois valores, verdadeiro-falso, Reichenbach passa a utilizar uma lógica de valores múltiplos, baseada na teoria das probabilidades. Neste caso, a uma proposição **p**, por hipótese verdadeira, seria atribuído um valor de verdade igual a 1 ou em notação probabilística  $P(p) = 1$ . Se uma proposição **q** fosse falsa, seu valor de verdade seria 0 ou  $P(q) = 0$ . Entre estes dois valores extremos, haverá proposições com valores de verdade que serão dados pelos valores da probabilidade que a elas se puder atribuir (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Considerando a probabilidade como um valor de verdade, construímos uma lógica de valores múltiplos diferentes de outras da mesma natureza, porque é uma lógica de valores de verdade em uma escala contínua, variando de 0 a 1 (REICHENBACH, 1971).

É claro que tais procedimentos probabilísticos não são normalmente simples. A dificuldade cresce na medida em que a justificativa de uma proposição exige que se justifiquem outras que lhe são anteriores e lhe oferecem suporte. Tem-se então, o que Reichenbach chama de rede de inferências. Aqui o uso dos teoremas da probabilidade condicional é imperativo. Com isto se reduz, em um primeiro momento, a solução do problema da indução à busca de um método para se determinar o valor de verdade ou a probabilidade de uma proposição (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Para REICHENBACH (1979) rejeitar a indução significa aceitar uma posição imobilista por medo de se correr riscos e cometer erros. Por outro lado, as pessoas precisam tomar decisões. E, se possível, em bases racionais. A indução é um meio racional para tomada de decisões, é como uma trilha para ser seguida para a justificação do conhecimento e previsão do futuro.

## **6.9 A Solução de Carnap**

A preocupação fundamental de Carnap, relativamente à indução, é justificá-la como um processo lógico.

Segundo CARNAP (1962), o processo indutivo não é, por assim dizer, um procedimento mecânico regido por regras fixas. É uma questão de engenhosidade e sorte encontrar uma hipótese adequada; e, se encontra uma, nunca poderá garantir que não existirá uma outra hipótese que melhor se adeque aos fatos antes mesmo que novas observações sejam feitas.

Os dois problemas centrais da teoria do conhecimento são a questão do significado e a questão da verificação. A primeira questão indaga sob quais condições uma sentença possui significado, no sentido de significado cognitivo ou fatural. A Segunda investiga como chegamos a conhecer alguma coisa, como podemos verificar se uma sentença dada é verdadeira ou falsa? (CARNAP, 1962).

Estes dois problemas estão intimamente ligados. O significado de um enunciado reside no fato de que ele expressa estado de coisas (concebível, não necessariamente existente). Todo enunciado que se tenha de considerar significativo, ou retrocede diretamente até a experiência, isto é, até o conteúdo das experiências, ou liga-se pelo menos indiretamente com a experiência, de tal maneira que se pode indicar qual é a experiência possível que o confirmaria ou refutaria (CARNAP, 1962).

Concluimos que não existe nenhuma possibilidade de entender um sentido sem referir-nos em última análise a definições indicativas, o que implica, em sentido óbvio, referência à experiência ou à possibilidade de verificação (SCHLICK, 1975).

Carnap insiste na natureza lógica da confirmação. E este é, de fato, um aspecto importante da construção do seu sistema lógico indutivo. Confirmar uma proposição não é testá-la. Testar uma proposição é verificar sua verdade ou não para um caso singular (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Segundo CARNAP (1962), temos de distinguir principalmente dois conceitos de probabilidade; um é definido em termos de frequência e é aplicado empiricamente, o outro é um conceito lógico e é a mesma coisa que grau de confirmação.

A dedução estabelece relações lógicas entre proposições, independentemente do seu conteúdo empírico ou de sua verdade ou falsidade. Assim, no silogismo, todo  $x$  é  $y$  e  $z$  é  $x$ , logo,  $z$  é  $y$ , os processos dedutivos estabelecem relações lógicas entre as proposições  $p$ : todo  $x$  é  $y$  e  $z$  é  $x$  e  $q$  é  $y$ . Para se determinar se  $p$  implica  $q$ , não é necessário conhecimento fatural sobre  $p$  e  $q$  e nem mesmo saber o valor de verdade de  $p$  e  $q$ . É suficiente analisar logicamente o significado das duas sentenças (CARNAP, 1962).

O que Carnap propõe é que o mesmo tratamento seja dado na lógica indutiva (BARRETO & MOREIRA, 1993).

A indução entendida como relação lógica entre duas proposições se contrapõe à lógica de valores múltiplos de Reichenbach. Uma afirmação de probabilidade é falsa ou verdadeira (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Segundo POPPER (1975), estimativas de probabilidade não podem contradizer nem ser contraditadas por um enunciado básico; não podem ser contraditadas por uma conjunção de qualquer número finito de enunciados básicos e, portanto, não podem ser contraditadas por qualquer número finito de observações.

### 6.10 A Solução Racional de Hume

A resposta de Hume ao problema da indução afirma que as ciências empíricas avançam **indutivamente** e **não-racionalmente**, devendo entender-se que a não racionalidade equivale à circunstância de que o princípio (utilizado para fazer avançar a ciência) não é passível de fundamentação ou de justificação (STEGMULLER, 1977).

O fundamento, a base da filosofia de Hume é o empirismo. Todo conhecimento nasce da experiência (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Hume se preocupa mais com o estudo das relações de fatos e constrói, a partir daí, toda a base empírica do seu conceito de conhecimento científico, que nada mais é do que o estudo da relação de causa e efeito (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Para Hume a noção de causa-efeito é construída pelo homem, a partir de sua experiência, quando observa que a ocorrência de um determinado fato **A** é sempre seguida pela ocorrência de um outro determinado fato **B**. Assim, a presença de uma chama junto ao corpo de uma pessoa é seguida da presença da sensação de calor, sentida por esta pessoa; a aproximação de um pedaço de gelo será seguida pela sensação de frio registrada pela pessoa. Tem-se, portanto, inicialmente apenas uma sucessão: um fato **A** é sempre seguido de um fato **B** (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Segundo Hume, o costume é, pois, o grande guia da vida humana. É apenas baseado nele, apoiado no hábito, que se criam expectativas sobre ocorrências futuras, animado nas experiências do passado. Em outras palavras: a indução, processo pelo qual, a partir de observações particulares, constrói-se uma afirmação geral não tem base racional. É fruto das expectativas que o homem criou sobre a realidade que o cerca. Como ele se acostumou a ver dois fatos ocorrerem contígua e sucessivamente no passado, espera que o mesmo



aconteça no futuro. Mais ainda, o espírito humano é levado a acreditar que assim será no futuro. Portanto, hábito e crença são os fundamentos da indução humana (BARRETO & MOREIRA, 1993).

### 6.11 A Solução de Russell

Segundo BARRETO & MOREIRA (1993), Russell afirma a necessidade da indução como instrumento de crescimento do conhecimento, enquanto que a dedução tem a função de verificar se o que foi descoberto pela indução é válido e coerente com as teorias já confirmadas e com a realidade empírica. Ou seja, a descoberta se faz pela indução e é ou não confirmada pela dedução.

Como uma prática, a indução não é senão uma nossa velha amiga — a lei dos reflexos condicionados ou da associação. A indução é parte da vida das pessoas e não há como ignorá-la, a indução existirá como hábito corporal (RUSSELL, 1956).

Russell, deste modo, questiona a validade lógica da indução. E o faz tentando responder à pergunta de Hume sobre se é possível, a partir de coisas experimentadas, conhecer coisas das quais não se tem ainda experiência (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Esta é uma questão de grande importância, já que nos introduz por completo no problema de como o conhecimento pode transcender a experiência pessoal (MOORE, 1974).

Segundo RUSSELL (1956), a própria indução depende, afinal, de um princípio lógico, o qual, é obvio, não pode ser provado empiricamente e nos é conhecido, tão somente **a priori**.

A indução é aceita por Bertrand Russell como um procedimento que, se não pode ser demonstrado logicamente válido, também não pode ser provado inválido (BARRETO & MOREIRA, 1993).

Sua posição é, pragmática e merecem destaque três pontos (RUSSELL, 1956):

- a) a indução foi e é praticada por todas as pessoas no seu dia-a-dia, e um instrumento do cientista para o avanço do conhecimento, pois com efeito, toda a estrutura da ciência, bem como a do mundo do senso comum, exigem o uso da indução e da analogia, para que nele possamos acreditar;

- b) a indução se fundamenta em uma crença a priori na validade de seu princípio, sendo, pois, por analogia, um tipo de conhecimento sintético a priori;
- c) não havendo como provar a validade lógica da indução, pode-se, entretanto, atribuir às conclusões obtidas por seu intermédio um certo grau de probabilidade. Isto significa que, se dada uma seqüência de eventos  $E_1$  e  $C_1$ , quanto maior for o número de repetições de  $E_1$  e  $C_1$ , maior será a probabilidade de que  $E_1$  seja sempre seguido de  $C_1$  e com o tempo, pode-se fazer com que tal probabilidade se aproxime da certeza, sem qualquer limite, contanto que se encontrem a espécie e o número correto de exemplos.

## 6.12 A Solução de Popper

Para BARRETO & MOREIRA (1993), do ponto de vista epistemológico, Popper rejeita a validade da indução. Analogamente a Black, lembra que Hume, ao afirmar que a indução era uma inferência inválida, usou a palavra inválido no sentido de não de acordo com os cânones do raciocínio dedutivo válido.

Segundo POPPER (1975), toda dificuldade reside na confusão feita entre probabilidade de um evento e probabilidade de um enunciado. Deste modo, a teoria das probabilidades não pode ser erguida em um cânon para o raciocínio indutivo válido. Tentar atribuir um valor de probabilidade a um enunciado universal, além de não ter nenhum sentido, só poderia ser feito por indução, isto é, baseado no número de seqüências observadas relacionadas ao enunciado em questão.

Do ponto de vista lógico, Popper analisa a formulação de Hume para o problema por ele assim resumida:

- ” i) ...Há inúmeras regularidades (aparentes) na natureza aceitas pelos cientistas, que são da maior importância teórica. ii) ...qualquer inferência indutiva, qualquer raciocínio a partir de casos simples e observáveis...para...algo como regularidades ou leis — tem de ser **inválida**. iii)...não pode haver razões válidas para justificar a crença em uma lei universal que não sejam as que a **experiência** fornece...”.

Popper vai mais além. Aceita o princípio lógico da invalidade da indução e do empirismo. Reformula a proposição ii) da seguinte forma, que julga mais clara: “...não pode haver um raciocínio válido a partir de proposições singulares de observação, para leis universais da natureza, logo, para teorias científicas...”.

Portanto, para Popper, o que importa na ciência são os problemas, as hipóteses e conjecturas que procuram explicá-los, e não a observação. Com isso, Popper abandona e nega a possibilidade de, através de observações particulares e por processos indutivos, o homem possa atingir leis gerais. “...Não se chega a uma teoria científica acumulando observações. Hipóteses e conjecturas são criadas, inventadas...”

Portanto, segundo Popper, escolher entre várias teorias que estão competindo entre si, para tornar mais fácil a opção por parte do cientista, basta que, calmamente, responda às três perguntas seguintes:

1. dadas teorias em competição, qual a mais simples, isto é, qual a mais fácil de ser rejeitada ou qual a mais falseável?
2. dadas teorias em competição, qual a mais verossímil, isto é, qual a que mais se aproxima da verdade ou qual a que mais vem resistindo a críticas severas e a testes?
3. dadas teorias em competição, qual a mais corroborada, isto é, qual representa razões mais fortes, oriundas das críticas e dos testes a que foram submetidas, para que se acredite estar ela mais próxima da verdade?

As respostas a estas perguntas indicarão a melhor opção a ser feita pelo cientista.

Nesta parte da dissertação algumas das idéias extraídas do desenvolvimento teórico apresentadas nos capítulos 4 e 5 serão exploradas. O objetivo é demonstrar como a estrutura de um jogo pode ser aplicada a um problema de mercado varejista, onde um evidente conflito de interesses está presente e as decisões são tomadas por agentes racionais. De um lado as empresas tentando maximizar seus lucros, do outro os consumidores desejando pagar o mínimo possível pelo produto oferecido.

Para modelar este mercado um programa de computador foi especialmente desenvolvido apresentando discussões sobre os resultados.

## 7 JOGO DE MERCADO VAREJISTA

### 7.1 Formulação e Análise do Problema

Em situações onde há um conflito de interesses, a teoria dos jogos mostrou que os acontecimentos sociais encontram sua melhor descrição através de modelos colhidos em adequados jogos de estratégia. Os varejistas e os consumidores são jogadores e irão fazer o melhor que podem para maximizar suas funções utilidade. Este conflito de interesses pode ser estudado através do jogo evolucionário chamado *Hawk-Dove*.

O modelo pretende alcançar respostas para as seguintes questões:

- quais são as estratégias dominantes em termos de vendas para os varejistas? Essas estratégias são evolucionariamente estáveis?
- que estratégias estão sendo adotadas pelos jogadores? Essas estratégias conduzem ao ganho esperado máximo?
- como se dá a tomada de decisão do consumidor? Quais são os atributos que definem sua sensibilidade para mudanças?
- como os consumidores se comportam perante as variações de preços dos varejistas?

Estas questões e outras ligadas ao desenvolvimento da pesquisa são objeto de estudo do jogo de mercado varejista.

### 7.2 Formulação do Modelo Conceitual (Caracterização do Jogo)

Diferentemente da versão clássica do *Hawk-Dove* no qual ambos os jogadores possuem o mesmo conjunto de estratégias e *payoffs* simétricos, a versão do *Hawk-Dove* adotada como modelo neste jogo (*One-Sided Hawk-Dove Game*) não se ajusta à sua definição usual porque o conjunto de estratégias de cada participante é diferente e porque nem os *payoffs* nem o conjunto de informações disponíveis para os jogadores são simétricos. O termo *One-Sided* é creditado a Eric Rasmusen (RASMUSEN, 1989), e sua adaptação ao jogo *Hawk-Dove* é do autor deste trabalho.

Com a finalidade de esclarecer melhor os mecanismos que serão usados no modelo proposto, considera-se as escolhas dicotômicas para ambos os jogadores: *Hawk* (gavião) e *Dove* (andorinha), como no jogo padrão. Nesta hipótese, dada uma típica situação onde pode ocorrer uma venda do varejista para o consumidor, somente quatro possibilidades são possíveis como resultado: *Hawk-Hawk*, *Hawk-Dove*, *Dove-Hawk* e *Dove-Dove*, levando em conta a combinação de decisões do consumidor e varejista. Esta versão pode ser representada, na forma normal, pela matriz de ganhos da figura 7.1 sendo que o valor do recurso é  $V = 2$  e o valor do custo é  $C = 2$ .

		Consumidor	
		<i>Hawk</i>	<i>Dove</i>
Varejista	<i>Hawk</i>	0 , 0	2 , -1/2
	<i>Dove</i>	0 , -1	1 , 1

Figura 7.1 Forma normal do *One-Sided Hawk-Dove Game*<sup>1</sup>

Nas células da matriz o primeiro termo refere-se ao jogador linha, varejista, e o segundo termo refere-se ao jogador coluna, consumidor. Para o varejista a estratégia *Hawk* significa oferecer produtos com preços altos, a estratégia *Dove* significa oferecer produtos com preços baixos.

Se o consumidor adota a estratégia *Hawk* significa que ele não comprará o produto oferecido, caso adote a estratégia *Dove* significa que ele comprará o produto oferecido. Conclui-se que este modelo representa de maneira adequada e satisfatória o resultado do conflito de interesses entre o varejista e o consumidor. Os critérios atribuídos aos *payoffs* mostrados na figura 7.1 são descritos a seguir:

- ***Hawk - Hawk***: O varejista oferece produtos com preços altos, o consumidor rejeita a compra recebendo um *payoff* = 0 por não adquirir o produto. Com respeito ao varejista,

<sup>1</sup> *Payoff* médio com variância 1.

este também recebe um  $\text{payoff} = 0$  pela não concretização da venda. O  $\text{Payoff}$  esperado dos jogadores é 0 ( $= 0,5 \times 2 + 0,5 \times -2$  ou  $0,5 \times (2-2)$  ).

- **Hawk - Dove:** O varejista tem um comportamento como descrito acima, mesmo assim, o consumidor compra o produto oferecido. Por consequência, o varejista recebe um  $\text{payoff} = 2$  por vender o produto a um preço mais caro e o consumidor recebe um  $\text{payoff} = -1/2$  por pagar mais pelo produto oferecido.
- **Dove - Hawk:** O varejista oferece produtos com preços baixos, mesmo assim o consumidor opta em não comprar o produto. O  $\text{payoff}$  do varejista é 0 pela não concretização da venda, apesar de seu esforço em oferecer um produto a preços acessíveis. Do lado do consumidor, este perde a oportunidade de comprar um produto por um preço justo, por isso seu  $\text{payoff}$  é -1.
- **Dove - Dove:** O comportamento do varejista é o mesmo que no caso anterior. O consumidor compra o produto oferecido. A firma recebe um  $\text{payoff} = 1$ , razoável e justo por ter vendido o produto. Porém, ao vender a preços acessíveis, seu lucro em cada transação é menor. Por outro lado, o consumidor recebe um  $\text{payoff} = 1$  por ter adquirido o produto por um preço justo. O  $\text{payoff}$  esperado dos jogadores é 1 ( $= 0,5 \times 2$ ).

### 7.3 One-Shot One-Sided Hawk-Dove Game<sup>2</sup>

O *One-Sided Hawk-Dove Game* caracteriza-se pela simplicidade de sua apresentação, sua aplicabilidade para idealizar interações entre vários indivíduos e um paradoxo em sua essência, onde a escolha “racional” como interesse próprio têm um retorno menor do que a escolha “irracional”.

A matriz de ganhos do *One-Sided Hawk-Dove Game* não apresenta um equilíbrio de estratégias dominantes, porque a melhor ação do consumidor depende da estratégia adotada pelo varejista. Se o consumidor observa que o varejista está adotando a estratégia *Hawk*, ele também adotará a estratégia *Hawk*, mas se ele percebe que o varejista está adotando a estratégia *Dove*, então irá optar por *Dove*. Há um equilíbrio dominante iterado, (*Hawk*, *Hawk*), e a linha de raciocínio que justifica o resultado é o equilíbrio de Nash.

Se o consumidor escolher *Hawk*, o varejista tem uma escolha entre um  $\text{payoff}$  de 0 se escolher *Dove*, e 0 se escolher *Hawk*, não há diferença na escolha. Se o consumidor

<sup>2</sup> O termo *One-Shot* refere-se a realização do jogo com apenas uma iteração.

escolher *Dove*, o varejista estará propenso a *Hawk*. Se o varejista escolher *Hawk*, o consumidor tem uma escolha entre um *payoff* de 0 se escolher *Hawk* e  $-\frac{1}{2}$  se escolher *Dove*, logo ele está propenso à *Hawk*. Isto confirma que (*Hawk*, *Hawk*) é um equilíbrio de Nash, e de fato é o único equilíbrio de Nash. O *payoff* esperado dos jogadores ao adotarem determinada estratégia é dada por:

Para os varejistas:  $PE(H) = p \times 0 + (1-p) \times 2$

$$PE(D) = p \times 0 + (1-p) \times 1$$

Para os consumidores:  $PE(H) = p \times 0 + (1-p) \times -1$

$$PE(D) = p \times -\frac{1}{2} + (1-p) \times 1$$

#### 7.4 Os Consumidores

A população de consumidores interage com os varejistas com o objetivo de comprar os produtos oferecidos. Contudo, os consumidores diferem uns dos outros em suas funções preferência e percepção quanto aos preços. Isto é equivalente a dizer que eles têm funções utilidade distintas com relação a este atributo e irão maximizá-la. Entretanto é importante destacar que existe um grande número de fatores que influenciam o comportamento dos consumidores. Estudar individualmente cada consumidor levando em conta todos os fatores plausíveis que contribuem para a maximização de cada função utilidade é uma tarefa muito árdua que não contribui de forma eficaz no comportamento dos consumidores como um todo.

Um determinado produto ou serviço estará sempre sujeito à aceitação ou não do consumidor. Contudo, com respeito às decisões de compra para itens similares, a grande maioria dos indivíduos daria preferência em realizar suas compras atribuindo o máximo de valor possível ao dinheiro gasto. Desta forma é razoável assumir que a renda (poder aquisitivo) tem um papel decisivo no perfil das preferências de um consumidor.

Com estas considerações em mente, os consumidores serão caracterizados por suas rendas ou poder aquisitivo, as quais afetarão as suas sensibilidades quanto aos preços dos produtos oferecidos pelas empresas. Todos os consumidores são suscetíveis aos preços estipulados pelos varejistas, estes atributos afetam a maneira que um indivíduo visualiza

uma oportunidade de compra. Baseado nesta percepção e na sua renda, o consumidor decide comprar ou não. Em todos os casos, os *payoffs* são anotados aos jogadores.

#### 7.4.1 A Distribuição de Frequência da Renda dos Consumidores

A população de consumidores consiste de 1000 indivíduos. Eles são classificados de acordo com sua renda, em dez classes, seguindo aproximadamente uma função de probabilidade *Beta*, arbitrariamente selecionados para representar a dispersão da renda. O valor absoluto desta variável não tem influência nos resultados e processos do jogo. Assim, as rendas de todos os indivíduos são normalizadas no intervalo (0,1). A renda normalizada representa as diferenças entre consumidores sob o aspecto de sensibilidade no preço de um item.

Quando o jogo é iniciado, o processo de seleção de um consumidor da população é feito aleatoriamente, de acordo com a distribuição da renda. Dois consumidores nunca terão a mesma renda. Inicialmente as dez classes são divididas conforme a tabela 7.1.

Classe	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
<b>Salários Mínimos</b>	0 a 1	1 a 2,5	2,5 a 5	5 a 8	8 a 12	12 a 18	18 a 25	25 a 33	33 a 43	43 a 50

Tabela 7.1 Distribuição dos consumidores conforme a renda.

A razão para agrupar os consumidores em dez classes é para adequar convenientemente o formato dos dados para análise posterior dos resultados com respeito ao comportamento do consumidor.

A frequência relativa, bem como os limites considerados das classes de renda normalizadas dos consumidores são mostrados na tabela 7.2.



Classe	Renda Normalizada (Faixa)	Frequência Relativa (%)	Frequência Relativa Acumulada (%)
I	0.00 – 0.02	8.4	8.4
II	0.02 – 0.05	13.7	22.1
III	0.05 – 0.10	15.6	37.7
IV	0.10 – 0.16	15.8	53.5
V	0.16 – 0.24	14.4	67.9
VI	0.24 – 0.36	12.3	80.2
VII	0.36 – 0.50	9.5	89.7
VIII	0.50 – 0.66	6.5	96.2
IX	0.66 – 0.86	3.5	99.7
X	0.86 – 1.00	0.3	100

Tabela 7.2 – Distribuição de frequência relativa da renda dos consumidores

As frequências mostradas na tabela 7.2 são aproximadas de uma função densidade de probabilidade de uma distribuição *Beta*, com parâmetros  $a = 1,6$  e  $b = 2,4$ . A tabulação completa das rendas normalizadas que serão usadas na simulação estão no Apêndice A. O histograma de frequência correspondente da tabela 7.2 e a respectiva curva da função densidade *Beta* é ilustrada na figura 7.2.

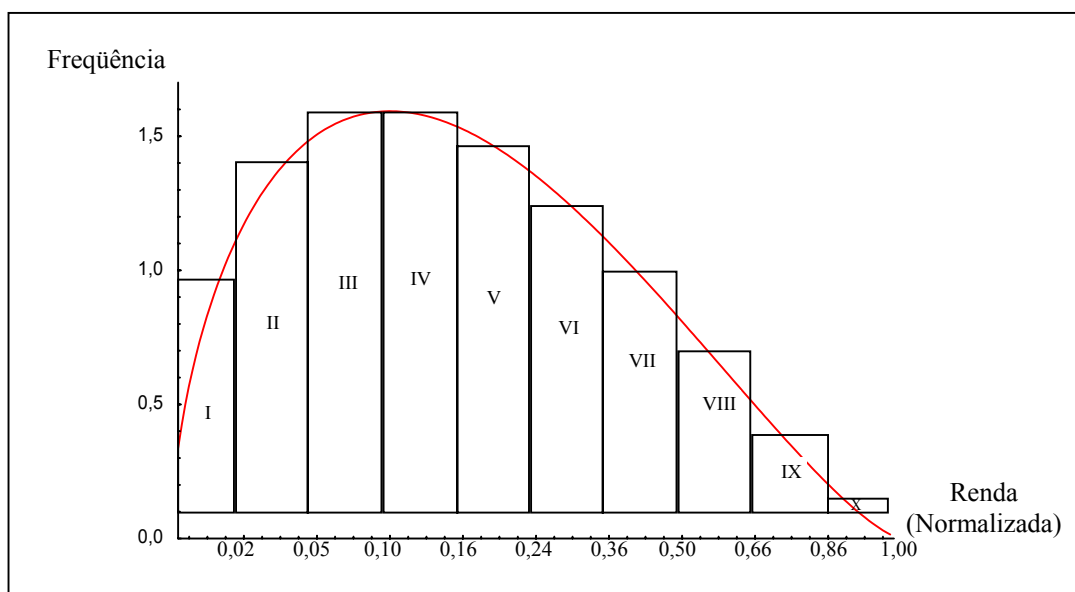


Figura 7.2 – Histograma de frequência da renda dos consumidores com o respectivo ajuste à distribuição *beta*.

Algumas das idéias utilizadas nos itens 7.4 e 7.4.1 foram extraídas de (BORGES, 1996).

#### **7.4.2 Critérios de Decisão do Consumidor**

O consumidor apresenta um comportamento aperiódico. Isto quer dizer que as variáveis que descrevem o estado do sistema de mercado varejista não apresentam repetições regulares de valores. Isto impossibilita a realização de previsões exatas e produz um conjunto de soluções que parece aleatório. Assim, busca-se explicações para o comportamento geral do sistema por um longo período de tempo através de simulações. Que características comuns o conjunto de todas as soluções do sistema apresentará?

No programa computacional desenvolvido para a simulação, algumas hipóteses são consideradas:

- o consumidor guarda o preço do produto comprado como referência para futuras compras;
- se o consumidor encontra um produto com o mesmo preço que ele havia pago anteriormente, a probabilidade do consumidor comprar o produto novamente é de 0,5;
- quanto mais barato for o produto em relação ao preço de referência do consumidor, maior será a probabilidade do consumidor comprá-lo;
- quanto mais caro for o produto em relação ao preço de referência do consumidor, menor será a probabilidade do consumidor comprá-lo.

A figura 7.3 mostra o algoritmo do programa computacional desenvolvido para a simulação.

```

algoritmo do jogo de mercado varejista;
início
    preço_varejista01 ← valor;
    preço_varejista02 ← valor;
    repita
        selecione (varejista);
        selecione (consumidor);
        compra ← falso;
        verifique renda;
        se (renda OK) então
            início
                se (primeira compra) então
                    início
                        consumidor ← preço;
                        compra ← verdadeiro;
                    fim se
                senão
                    se ( $P_{n+1} > P_n$ ) então
                        início
                            verifique a probabilidade do consumidor
                                efetuar a compra;
                            se (decisão OK) então
                                início
                                    consumidor ← preço;
                                    compra ← verdadeiro;
                                fim se
                            fim se
                        senão
                            se ( $P_{n+1} \leq P_n$ ) então
                                início
                                    verifique a probabilidade do consumidor
                                        efetuar a compra;
                                    se (decisão OK) então
                                        início
                                            consumidor ← preço;
                                            compra ← verdadeiro;
                                        fim se
                                    fim se
                                fim se
                            fim se
                        fim se
                    atualize o fitness dos jogadores;
                até (número de iterações);
            fim algoritmo

```

Figura 7.3 Algoritmo do jogo de mercado varejista

Para estudar o comportamento do consumidor ao efetuar uma compra, pode-se utilizar a chamada equação logística, que descreve padrões de comportamentos em sistemas não-lineares. A equação (7.1) representa a função logística utilizada na simulação do sistema de

mercado e a equação (7.2) o respectivo incremento marginal. A figura 7.4 ilustra graficamente a função logística.

$$P(\text{comprar}) = 1 - \left( \frac{1}{1 + e^{-x}} \right) \quad (7.1)$$

$$x = \sqrt{\left( \frac{P_{n+1} - P_n}{P_n} \right)} \quad (7.2)$$

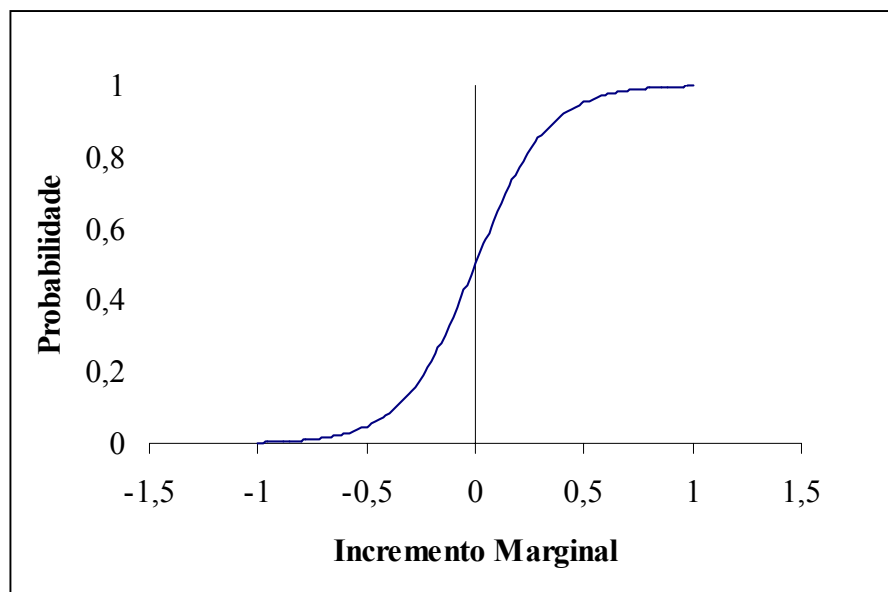


Figura 7.4 Função logística

### Exemplo:

Considere-se uma *firma i* e um *consumidor j*, ambos selecionados aleatoriamente por suas respectivas distribuições de frequência, que estejam emparelhados para uma iteração. Assuma-se que o número de ordem do consumidor é **130**, e que este consumidor detém como preço de referência  $P_n = 100$ , dado que o preço estipulado pelo concorrente seja  $P_{n+1} = 120$  tem-se:

#### Renda

O consumidor pertence à Classe II

valor beta = 0,02983

renda = 1,492 salários mínimos

Utilizando-se a equação (7.2) tem-se:

**Incremento marginal**

---

$$x = \sqrt{\left( \frac{P_{n+1} - P_n}{P_n} \right)}$$

$$x = \sqrt{\left( \frac{120 - 100}{100} \right)}$$

$$x = \sqrt{0,2} = 0,4472$$

Pela equação (7.1), tem-se:

**Probabilidade de comprar**

---

$$P(\text{comprar}) = 1 - \left( \frac{1}{1 + e^{-x}} \right)$$

$$P(\text{comprar}) = 1 - \left( \frac{1}{1 + e^{-0,4472}} \right)$$

$$P(\text{comprar}) = \mathbf{0,39}$$

O consumidor tem a probabilidade de 0,39 de comprar o produto oferecido pelo varejista.

## 7.5 Os Varejistas

O jogo é inicializado com 2 varejistas. Cada varejista oferece um determinado produto aos consumidores. Os produtos são similares e de mesma qualidade. Os varejistas compram os produtos do mesmo fornecedor a preços idênticos e tentarão revendê-los aos consumidores.

### 7.5.1 Cálculo da Frequência da Estratégia *Hawk* para os Varejistas

Os varejistas podem adotar uma estratégia pura *Hawk* (preços altos) ou *Dove* (preços baixos) ou adotar uma estratégia mista com frequência  $p$  para *Hawk* e  $1-p$  para *Dove* em cada uma das fases do jogo. A frequência com que as firmas adotam as estratégias *Hawk* ou *Dove* é determinada com base na diferença de preços dos produtos oferecidos pelos

varejistas, os quais são estabelecidos no início de cada fase. Para calcular a frequência com que uma firma adota a estratégia *Hawk* utiliza-se as equações (7.3) e (7.4).

Seja  $P_1$  o preço estabelecido pela firma 1 e  $P_2$  o preço estabelecido pela firma 2, então a frequência com que os varejistas utilizam a estratégia *Hawk* é dada por:

$$f(Hawk) = \frac{\left(\frac{P_1}{P_2}\right)}{2} \quad \text{Para } P_1 \geq P_2 \quad (7.3)$$

$$f(Hawk) = \frac{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)}{2} \quad \text{Para } P_2 \geq P_1 \quad (7.4)$$

Pode-se então calcular a frequência da estratégia *Dove* da seguinte maneira:

$$f(Dove) = 1 - f(Hawk) \quad (7.5)$$

A tabela 7.4 mostra alguns exemplos das frequências com que os varejistas utilizam as estratégias *Hawk* e *Dove* no modelo simulado. Os valores foram calculados com base nos dados da tabela 7.3. Os preços estão em reais.

Preços		
	Firma 1	Firma 2
1	16	20
2	20	20
3	20	13
4	20	10

Tabela 7.3 Exemplo de preços em reais para o *One-Sided Hawk-Dove Game*

Frequência				
	Firma 1		Firma 2	
	<i>Hawk</i>	<i>Dove</i>	<i>Hawk</i>	<i>Dove</i>
1	0,37	0,63	0,63	0,37
2	0,50	0,50	0,50	0,50
3	0,77	0,23	0,23	0,77
4	1,00	0,00	0,00	1,00

Tabela 7.4 Exemplo das frequências das estratégias *Hawk* e *Dove* para as firmas

## 7.6 Simulações do *One-Sided Hawk-Dove Game*

Um programa computacional foi desenvolvido para executar algumas simulações do *One-Sided Hawk-Dove Game* como uma aplicação do modelo que foi detalhado neste capítulo.

Tendo em vista que existem diferentes plataformas computacionais e uma variedade de linguagens de programação, utilizou-se nesta aplicação uma linguagem de propósito geral que possa ser executada em diferentes plataformas.

A linguagem de programação escolhida foi o Pascal 7.0, por sua característica estruturada e possuir recursos orientados a objetos. O código pode ser preparado para rodar no MS-DOS ou Windows quando necessário. Após a execução de cada jogo, os dados são armazenados em arquivos texto, os quais podem ser importados e manipulados por outros aplicativos. Os dados foram organizados e estudados através da planilha eletrônica Excel.

### 7.6.1 Metodologia dos Experimentos (Organização dos Resultados)

Para este experimento foram executadas 280.000 simulações divididas em 3 fases. Em cada fase executou-se 80.000 iterações divididos em 4 jogos. Os dados de cada jogo são armazenados a cada 5.000 iterações e estão organizados como descritos abaixo:

1. os preços dos produtos oferecidos pelos varejistas;
2. a população de consumidores organizada por classe;
3. as vendas concretizadas por firma;
4. a porcentagem de vendas por firma e classe de consumidores;
5. a frequência relativa de sucesso nas vendas (FRSV) por firma e classe de consumidores;
6. o *fitness* das firmas (*payoff* acumulado);
7. a frequência com que os jogadores (firmas e consumidores) adotam suas estratégias (*Hawk – Dove*);
8. o lucro das empresas;

### 7.6.2 Escopo das Simulações

Em cada fase adota-se diferentes intervalos de preços para as firmas, sendo que o seguinte critério foi utilizado: uma das firmas fixa o preço do produto enquanto que a concorrente o altera. Cada alteração de preço de uma das firmas corresponde a um jogo, e o valor da alteração equivale a 10% do preço do produto estipulado pela outra firma. Nas fases I e III as alterações são para menos, e na fase II são para mais. Por conveniência, os preços são apresentados em salários mínimos. As fases das simulações são discutidas a seguir.

**Fase I.** Nesta fase são executadas no total 80.000 iterações, sendo que em cada jogo, que corresponde a uma alteração no preço de um dos produtos, foram executadas 20.000 iterações. O custo unitário dos produtos é de 0,005 salários mínimos. Ao final de cada etapa é gerado um arquivo-texto que armazena as informações dos jogos. A tabela 7.5 mostra os preços praticados pelas firmas nos diferentes jogos. Os preços estão em salários mínimos.

<b>Fase I</b>		
	Preços	
Jogo	Firma 1	Firma 2
1	0,01	0,009
2	0,01	0,008
3	0,01	0,007
4	0,01	0,006

Tabela 7.5 Preços praticados pelas firmas na fase I da simulação.

Os resultados obtidos nesta fase da simulação foram objeto de uma análise e discussão completa sob vários aspectos e serão apresentados mais à frente neste capítulo.

**Fase II** São executados os mesmos procedimentos da fase I, sendo que nesta fase a firma 1 fixa o preço e a firma 2 o aumenta gradativamente. O custo unitário dos produtos é de 0,18 salários mínimos. A tabela 7.6 apresenta os preços praticados pelas firmas nos diferentes jogos da fase II.



<b>Fase II</b>		
	Preços	
Jogo	Firma 1	Firma 2
1	0,2	0,22
2	0,2	0,24
3	0,2	0,26
4	0,2	0,28

Tabela 7.6 Preços praticados pelas firmas na fase II da simulação.

**Fase III** São executados os mesmos procedimentos das fases I e II. A firma 2 fixa o preço e a firma 1 o diminui gradativamente. O custo unitário dos produtos é de 0,5 salários mínimos. A tabela 7.7 mostra os preços praticados pelas firmas nos diferentes jogos da fase III.

<b>Fase III</b>		
	Preços	
Jogo	Firma 1	Firma 2
1	0,9	1
2	0,8	1
3	0,7	1
4	0,6	1

Tabela 7.7 Preços praticados pelas firmas na fase III da simulação.

## 7.7 Análise e Discussão dos Resultados

A apresentação dos resultados da simulação computacional foi elaborada através de tabelas e gráficos organizados conforme o item 7.6.1. As conclusões são apresentadas no final da fase III.

### 7.7.1 Simulações da Fase I

Os preços praticados pelos varejistas (firmas) na fase I foram apresentados na tabela 7.5, estes valores correspondem a R\$2,40, preço estipulado pela firma 1 e R\$2,16, R\$1,92, R\$1,68, R\$1,44, preços estipulados pela firma 2 para os jogos 1, 2, 3 e 4, respectivamente. O gráfico 7.1 mostra a distribuição de renda dos consumidores para a fase I.

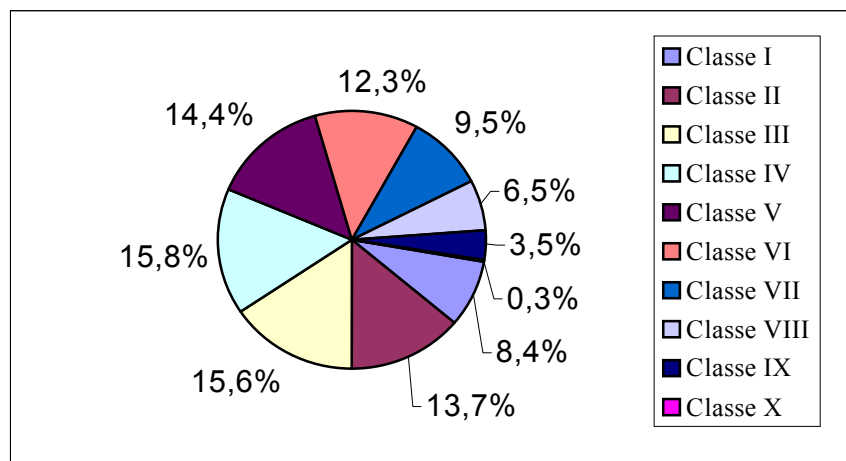


Gráfico 7.1 Distribuição dos consumidores por classe conforme a renda

### **Jogo 1**

- preço dos produtos: firma 1: 0,01      firma 2: 0,009
- total de iterações: 20.001
- margem de lucro: firma 1: 100%      firma 2: 80%

A tabela 7.8 mostra o resumo das vendas no jogo 1.

	Número de Vendas	% de Vendas	% de Sucesso
Firma 1	4745	46,90 %	47,45 %
Firma 2	5373	53,10 %	53,73 %
Total	10118	100,00 %	50,59 %

Tabela 7.8 Resumo das vendas – fase I / jogo 1

Na tabela 7.8 o número de vendas é a quantidade de produtos vendidos pelas firmas. A porcentagem de vendas é a razão entre o número de produtos vendidos e o número total vendido. A porcentagem de sucesso representa a razão entre a quantidade de vendas realizadas e o número total de consumidores selecionados pelo algoritmo do programa de simulação para “visita” à firma.

A tabela 7.9 e o gráfico 7.2 mostram respectivamente a porcentagem de vendas e a FRSV por classe de consumidores para o jogo 1.

Classes dos Consumidores											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	Total
<b>Firma 1</b>	45,43 %	47,04 %	43,64 %	46,11 %	49,00 %	48,87 %	48,82 %	43,89 %	51,60 %	47,83 %	46,90%
<b>Firma 2</b>	54,57 %	52,96 %	56,36 %	53,89 %	51,00 %	51,13 %	51,18 %	56,11 %	48,40 %	52,17 %	53,10%
<b>Total</b>	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Tabela 7.9 Porcentagem de vendas – fase I / jogo 1

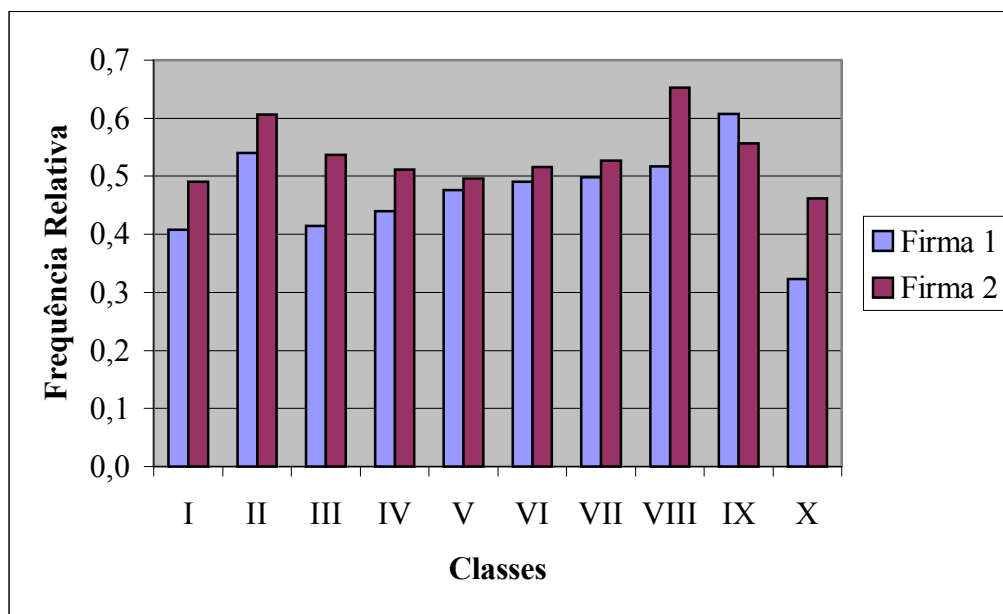


Gráfico 7.2 Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase I / jogo 1

Verifica-se um equilíbrio no desempenho das firmas principalmente para as classes V, VI, VII e IX. Nota-se que para os consumidores da classe IX (alto poder aquisitivo) a firma 1 obteve maior sucesso nas vendas. Este resultado mostra que os consumidores com alto poder aquisitivo são insensíveis a variações de preços.

A tabela 7.10 mostra o *payoff* acumulado das firmas. O *payoff* acumulado é denominado *fitness*, que representa a adaptabilidade Darwiniana do indivíduo em relação ao meio ambiente. Pela teoria dos jogos evolucionários, quanto maior o *fitness* maiores são as condições de o indivíduo reproduzir-se.

Nota-se na tabela 7.10 que firma 2 apresenta um *fitness* maior que o da firma 1. Isto indica que apesar de a firma 2 lucrar menos em cada transação, seus ganhos são maiores no volume de vendas.

As tabelas 7.11 e 7.12 mostram respectivamente as frequências com que as firmas e os consumidores adotam suas estratégias no jogo 1.

<b>Firma 1</b>	<b>Firma 2</b>
7493,64	8047,43

Tabela 7.10 *Payoff* acumulado das firmas – fase I / jogo 1

	<b>Firma 1</b>	<b>Firma 2</b>
<i>Hawk</i>	0,555	0,445
<i>Dove</i>	0,445	0,555

Tabela 7.11 Frequência das estratégias das firmas – fase I / jogo 1

<b>Consumidor</b>			
<i>Hawk</i>		<i>Dove</i>	
Firma 1	Firma 2	Firma 1	Firma 2
0,525	0,462	0,475	0,538

Tabela 7.12 Frequência das estratégias dos consumidores – fase I / jogo 1

Neste jogo a firma 1 tem a cada iteração um *payoff* esperado de 0,73 ao passo que a firma 2 recebe um *payoff* esperado de 0,77, calculados da seguinte maneira:

$$PE_1(HD) = 0,555 \times (0 \times 0,525) + 0,555 \times (2 \times 0,475) + 0,445 \times (0 \times 0,525) + 0,445 \times (1 \times 0,457) = 0,73$$

$$PE_2(HD) = 0,445 \times (0 \times 0,462) + 0,445 \times (2 \times 0,538) + 0,555 \times (0 \times 0,462) + 0,555 \times (1 \times 0,538) = 0,77$$

O gráfico 7.3 mostra a evolução do sucesso nas vendas das firmas para o jogo 1. As firmas apresentam um desempenho melhor no início do jogo até a iteração de número 5.000. Isto deve-se ao fato de que no início do jogo os consumidores não possuem um preço de referência dos produtos. Verifica-se que a FRSV para a firma 1 diminui gradativamente no decorrer do jogo.

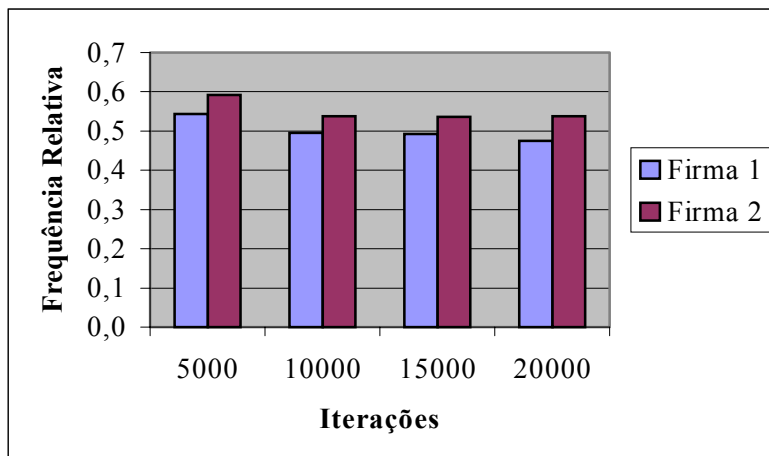


Gráfico 7.3 Sucesso nas vendas das firmas – fase I / jogo 1

O gráfico 7.4 mostra a evolução do *fitness* das firmas ao longo do jogo. Verifica-se que a firma 2 obteve um desempenho melhor em função do preço. Os lucros das empresas são apresentados e discutidos no final de cada fase.

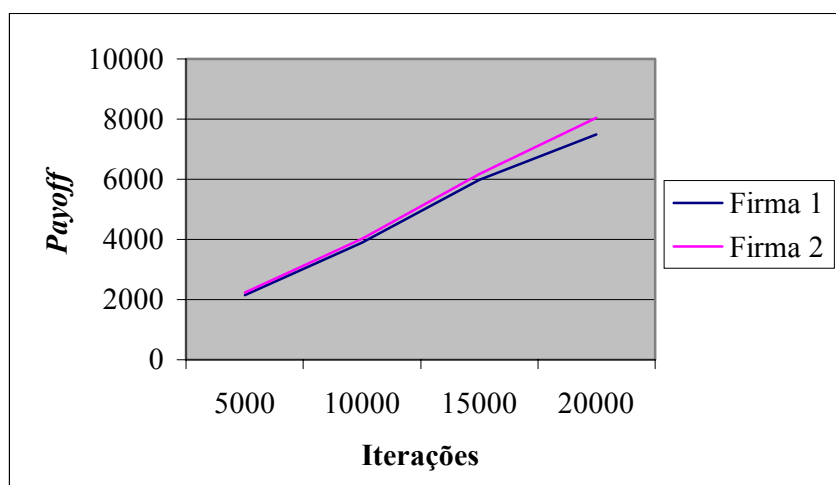


Gráfico 7.4 Payoff acumulado – fase I / jogo 1

## **Jogo 2**

- preço dos produtos: firma 1: 0,01      firma 2: 0,008
- total de iterações: 20.001
- margem de lucro: firma 1: 100%      firma 2: 60%

A tabela 7.13 mostra o resumo das vendas para o jogo 2 .

	Número de Vendas	% de Vendas	% de Sucesso
Firma 1	4594	45,63 %	45,94 %
Firma 2	5473	54,37 %	54,73 %
Total	10067	100,00 %	50,33 %

Tabela 7.13 Resumo das vendas – fase I / jogo 2

Compreende-se que a decisão da firma 2 de diminuir o preço do produto influencia não somente o consumidor como também o desempenho das vendas da firma 1. A tabela 7.14 e o gráfico 7.5 mostram respectivamente a porcentagem de vendas das firmas e a FRSV por classe de consumidores. Pode-se observar para as classes I, II, III, IV, V e VI que a FRSV aumenta gradativamente conforme a renda.

Classes dos Consumidores											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	Total
<b>Firma 1</b>	43,18 %	45,28 %	47,47 %	45,91 %	46,33 %	46,86 %	45,63 %	41,21 %	41,08 %	45,83 %	45,63 %
<b>Firma 2</b>	56,82 %	54,72 %	52,53 %	54,09 %	53,67 %	53,14 %	54,37 %	58,79 %	58,92 %	54,17 %	54,37 %
<b>Total</b>	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Tabela 7.14 Porcentagem de vendas – fase I / jogo 2

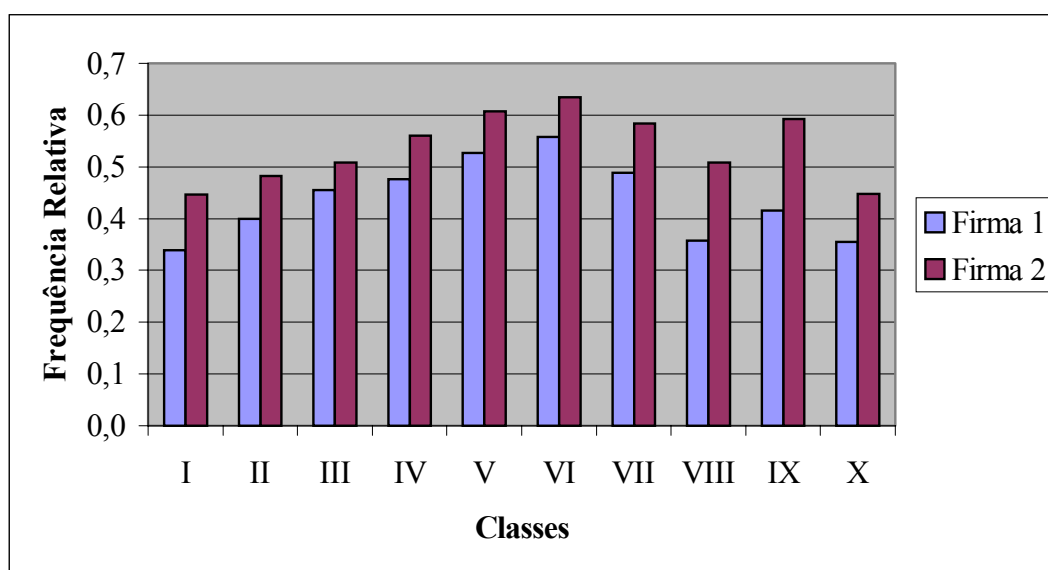


Gráfico 7.5 Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase I / jogo 2

Com a redução de preços da firma 2 houve uma queda nas vendas da firma 1 de 3,18% em relação ao jogo anterior, ao passo que a firma 2 aumentou suas vendas em 1,86%. A tabela 7.15 mostra o *payoff* acumulado das firmas durante o curso jogo. Verifica-se que a firma 2 apresenta um *fitness* maior após a execução do programa.

<b>Firma 1</b>	<b>Firma 2</b>
7664,87	7912,86

Tabela 7.15 *Payoff* acumulado das firmas – fase I / jogo 2

As tabelas 7.16 e 7.17 mostram respectivamente, as frequências com que as firmas e os consumidores adotam suas estratégias para o jogo 2.

	<b>Firma 1</b>	<b>Firma 2</b>
<i>Hawk</i>	0,625	0,375
<i>Dove</i>	0,375	0,625

Tabela 7.16 Frequência das estratégias das firmas – fase I / jogo 2

<b>Consumidor</b>			
<i>Hawk</i>		<i>Dove</i>	
Firma 1	Firma 2	Firma 1	Firma 2
0,540	0,452	0,459	0,547

Tabela 7.17 Frequência das estratégias dos consumidores – fase I / jogo 2

Neste jogo a firma 1 recebe a cada iteração um *payoff* esperado de 0,74 ao passo que a firma 2 recebe um *payoff* esperado de 0,72.

O gráfico 7.6 mostra a evolução da FRSV ao longo do jogo 2. O gráfico 7.7 mostra o *fitness* das firmas durante o curso do jogo.

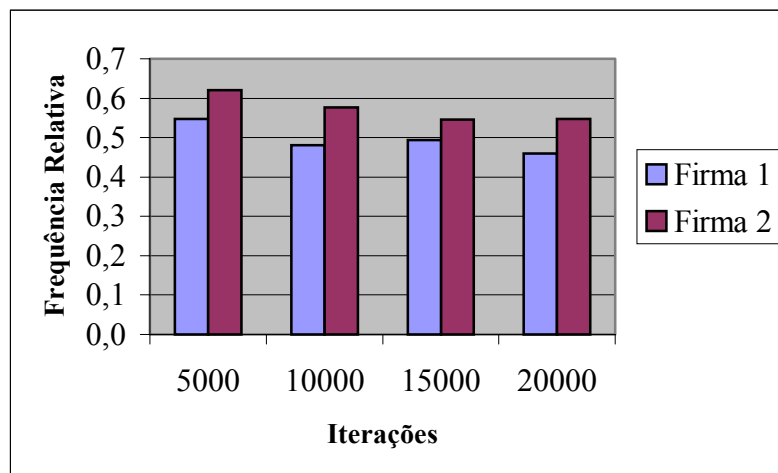


Gráfico 7.6 Sucesso nas vendas das firmas – fase I / jogo 2

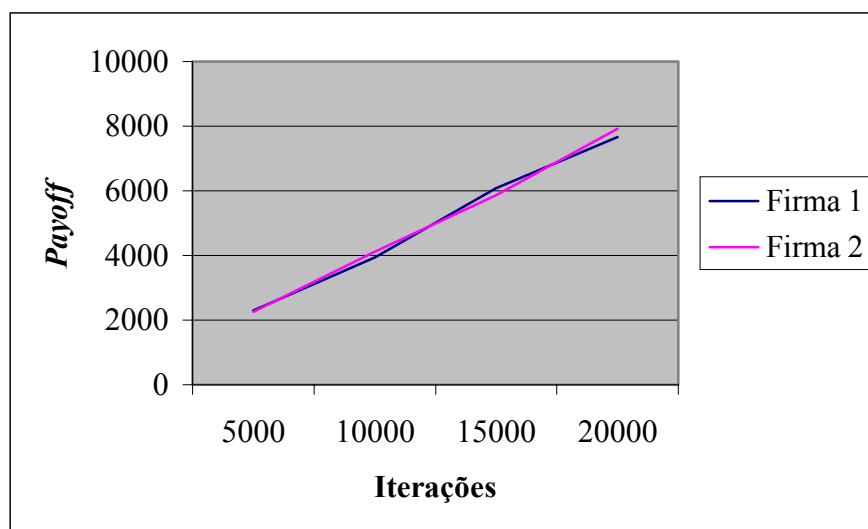


Gráfico 7.7 *Payoff* acumulado – fase I / jogo 2

### **Jogo 3**

- preço dos produtos: firma 1: 0,01      firma 2: 0,007
- total de iterações: 20.001
- margem de lucro: firma 1: 100%      firma 2: 40%

A tabela 7.18 mostra o resumo das vendas para o jogo 3.



	Número de Vendas	% Vendas	% de Sucesso
Firma 1	4468	45,12 %	44,68 %
Firma 2	5434	54,88 %	54,33 %
Total	9902	100,00 %	49,51 %

Tabela 7.18 Resumo das vendas – fase I / jogo 3

Os resultados apresentados na tabela 7.18 mostram que houve uma redução nas vendas para ambas as firmas em relação ao jogo 2. Para a firma 1 a redução foi de 2,74% e para a firma 2 a redução foi de 0,71%. Verifica-se comparativamente ao jogo anterior que a porcentagem de sucesso da firma 2 praticamente não se alterou (54,73% no jogo 2 e 54,33% no jogo 3). Contudo houve uma redução na porcentagem de sucesso nas vendas da firma 1 (45,94% no jogo 2 e 44,68% no jogo 3).

A tabela 7.19 e o gráfico 7.8 mostram respectivamente a porcentagem de vendas das firmas e a FRSV por classe de consumidores.

Classes dos Consumidores											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	Total
<b>Firma 1</b>	47,89 %	44,14 %	43,02 %	44,48 %	45,56 %	43,83 %	45,88 %	47,01 %	49,47 %	40,54 %	45,12 %
<b>Firma 2</b>	52,11 %	55,86 %	56,98 %	55,52 %	54,44 %	56,17 %	54,12 %	52,99 %	50,53 %	59,46 %	54,88 %
<b>Total</b>	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Tabela 7.19 Porcentagem de vendas – fase I / jogo 3

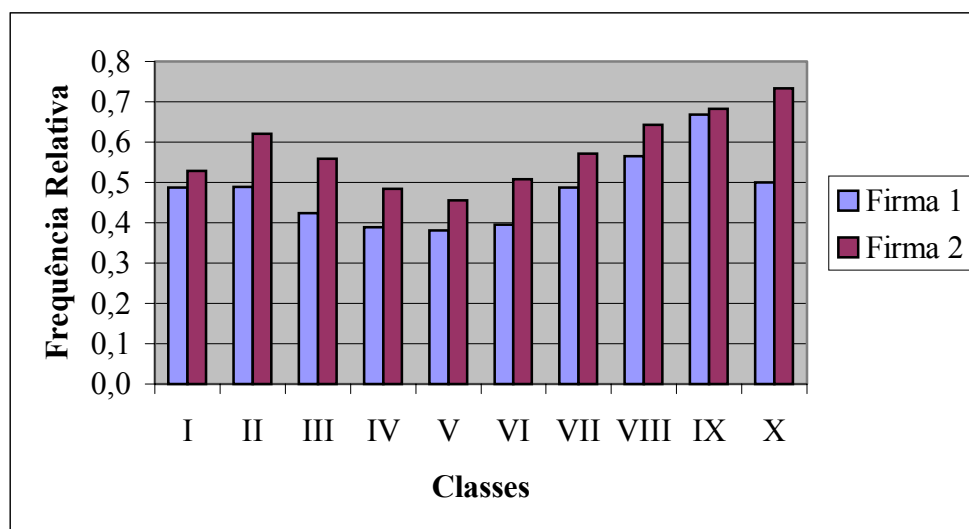


Gráfico 7.8 Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase I / jogo 3

Observa-se no gráfico 7.8 que as classes VII, VIII, IX e X apresentam frequências relativas de sucesso maiores em relação às outras classes de consumidores. Percebe-se que para a classe IX, há uma igualdade na FRSV das firmas.

A tabela 7.20 mostra o *payoff* acumulado das firmas para o jogo 3. As tabelas 7.21 e 7.22 mostram respectivamente, as frequências com que as firmas e os consumidores adotam suas estratégias neste jogo. A cada iteração a firma 1 recebe um *payoff* esperado de 0,74 ao passo que a firma 2 recebe um *payoff* esperado de 0,68. O gráfico 7.9 mostra o sucesso nas vendas após a execução do programa.

<b>Firma 1</b>	<b>Firma 2</b>
7747,45	7270,67

Tabela 7.20 *Payoff* acumulado das firmas – fase I / jogo 3

	<b>Firma 1</b>	<b>Firma 2</b>
<i>Hawk</i>	0,714	0,286
<i>Dove</i>	0,286	0,714

Tabela 7.21 Frequência das estratégias das firmas – fase I / jogo 3

<b>Consumidor</b>			
<i>Hawk</i>		<i>Dove</i>	
Firma 1	Firma 2	Firma 1	Firma 2
0,553	0,457	0,447	0,543

Tabela 7.22 Frequência das estratégias dos consumidores – fase I / jogo 3

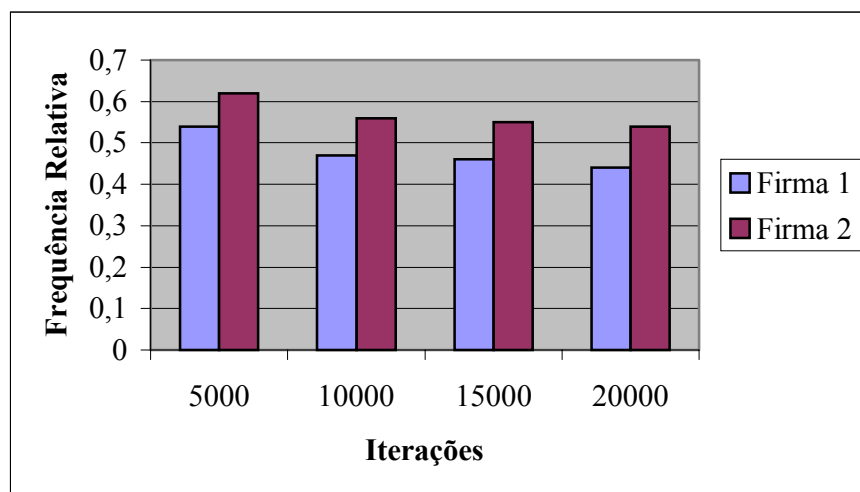


Gráfico 7.9 Sucesso nas vendas das firmas – fase I / jogo 3

O gráfico 7.10 mostra a evolução do *fitness* das firmas no decorrer do jogo. Verifica-se que a firma 1 apresenta um *fitness* maior durante toda execução do programa. Apesar do aumento nas vendas da firma 2 seus lucros em cada transação são menores.

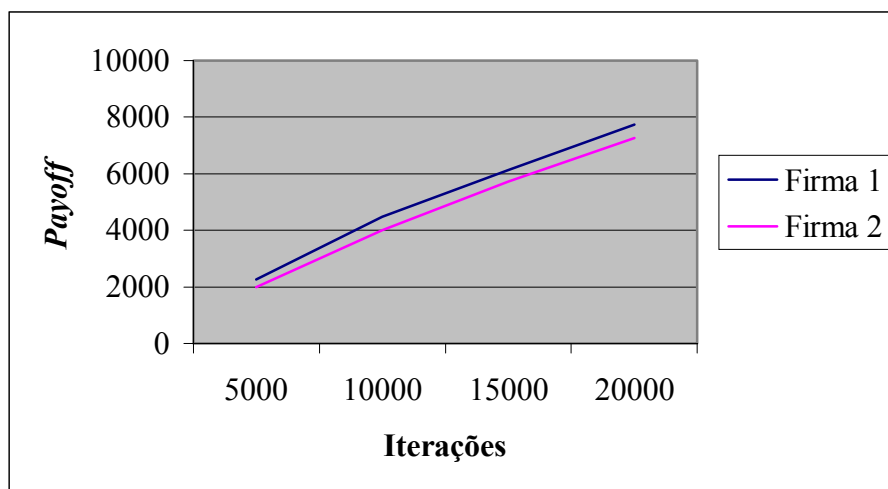


Gráfico 7.10 *Payoff* acumulado – fase I / jogo 3

#### **Jogo 4**

- preço dos produtos: firma 1: 0,01      firma 2: 0,006
- total de iterações: 20.001
- margem de lucro: firma 1: 100%      firma 2: 20%

A tabela 7.23 mostra o resumo das vendas para o jogo 4.

	Número de Vendas	% de Vendas	% de Sucesso
Firma 1	4074	42,33 %	40,74 %
Firma 2	5551	57,67 %	55,51 %
Total	9625	100,00 %	48,12 %

Tabela 7.23 Resumo das vendas – fase I / jogo 4

Observa-se um aumento significativo das vendas para a firma 2 e a conseqüente redução das vendas para a firma 1. Compreende-se que a decisão da firma 2 de baixar os preços reflete diretamente no desempenho da firma 1. A tabela 7.24 apresenta a porcentagem de vendas das firmas por classe de consumidores.

Classes dos Consumidores											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	Total
<b>Firma 1</b>	35,44 %	43,09 %	44,93 %	44,96 %	41,48 %	41,98 %	42,25 %	34,38 %	47,65 %	38,71 %	42,33 %
<b>Firma 2</b>	64,56 %	56,91 %	55,07 %	55,04 %	58,52 %	58,02 %	57,75 %	65,62 %	52,35 %	61,29 %	57,67 %
<b>Total</b>	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Tabela 7.24 Porcentagem de vendas – fase I / jogo 4

O gráfico 7.11 mostra a FRSV por classe de consumidores. Verifica-se uma diferença maior na FRSV das firmas comparativamente aos jogos anteriores. Nota-se que a firma 1 obteve a menor FRSV para os consumidores da classe I (sensíveis a variações de preços) e a maior para os consumidores da classe IX. Observa-se que a firma 2 obteve maior sucesso nas vendas para os consumidores com alto poder aquisitivo (classes VIII, IX e X).

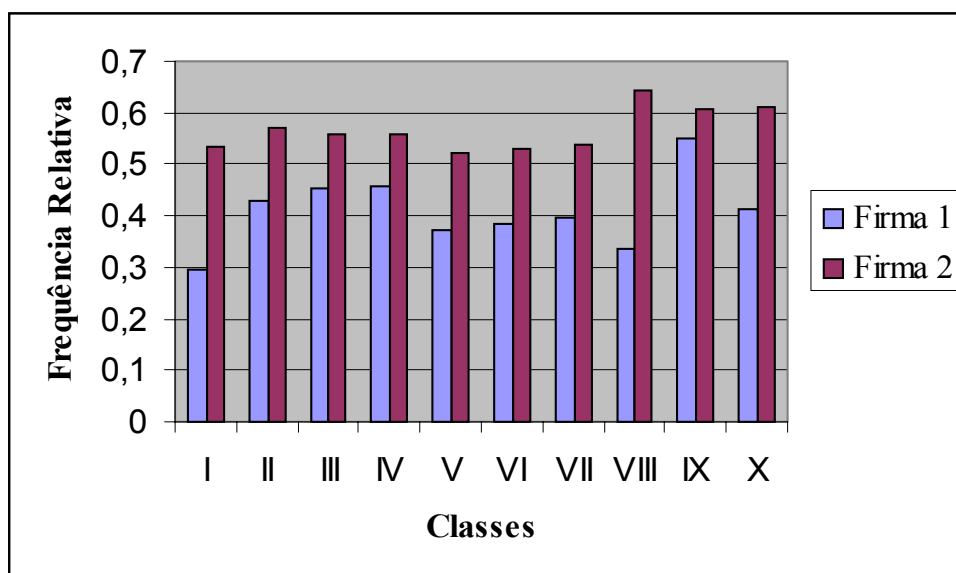


Gráfico 7.11 Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase I / jogo 4

Com a queda do preço do produto da firma 2, a firma 1 teve uma redução nas vendas de 8,81% enquanto que a firma 2 teve um acréscimo de 2,15% nas vendas em relação ao jogo anterior.

A tabela 7.25 mostra o *payoff* acumulado das firmas para o jogo 4. As tabelas 7.26 e 7.27 mostram as frequências com que as firmas e os consumidores utilizam suas estratégias para o jogo 4. Neste jogo a firma 1 recebe a cada iteração um *payoff* esperado de 0,72 ao

passo que a firma 2 recebe um *payoff* esperado de 0,62. O gráfico 7.12 mostra o sucesso nas vendas ao longo da execução do programa para o jogo 4.

Firma 1	Firma 2
7705,06	6882,76

Tabela 7.25 *Payoff* acumulado das firmas – fase I / jogo 4

	Firma 1	Firma 2
<i>Hawk</i>	0,833	0,166
<i>Dove</i>	0,166	0,833

Tabela 7.26 Frequência das estratégias das firmas – fase I / jogo 4

Consumidor			
<i>Hawk</i>		<i>Dove</i>	
Firma 1	Firma 2	Firma 1	Firma 2
0,592	0,444	0,408	0,556

Tabela 7.27 Frequência das estratégias dos consumidores – fase I / jogo 4

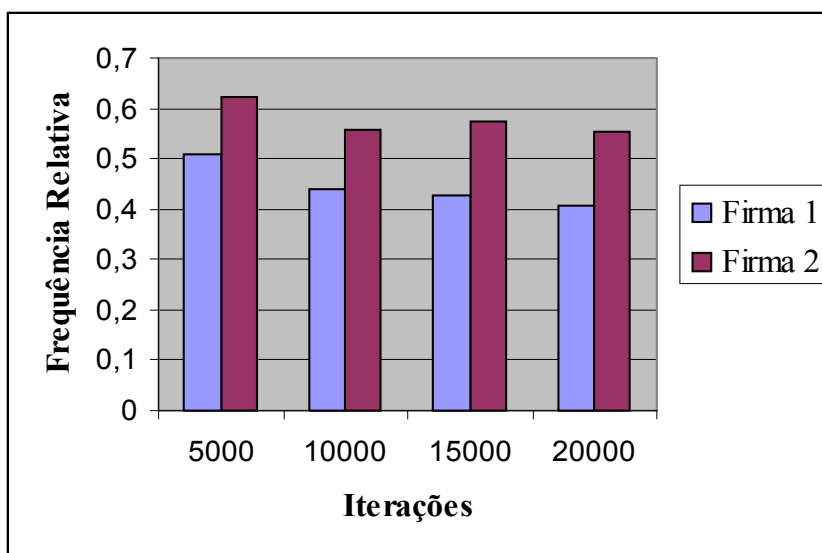


Gráfico 7.12 Sucesso nas vendas das firmas – fase I / jogo 4

O gráfico 7.13 mostra a evolução do *fitness* das firmas ao longo da execução do programa para o jogo 4. Verifica-se que a firma 1 acumula maiores quantidades de *payoff* no decorrer do programa. Este resultado está diretamente relacionado com a política de preços da firma 2, que ao reduzir demasiadamente os preços tornam os lucros cada vez mais escassos.

Os gráficos 7.14 e 7.15 mostram respectivamente o *payoff* acumulado (*fitness*) das firmas e a FRSV para cada um dos jogos da fase I.

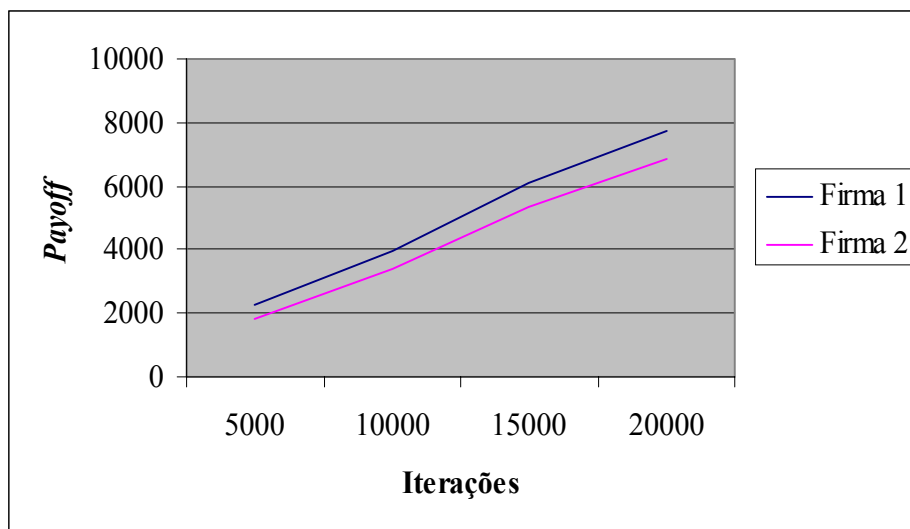


Gráfico 7.13 *Payoff* acumulado – fase I / jogo 4

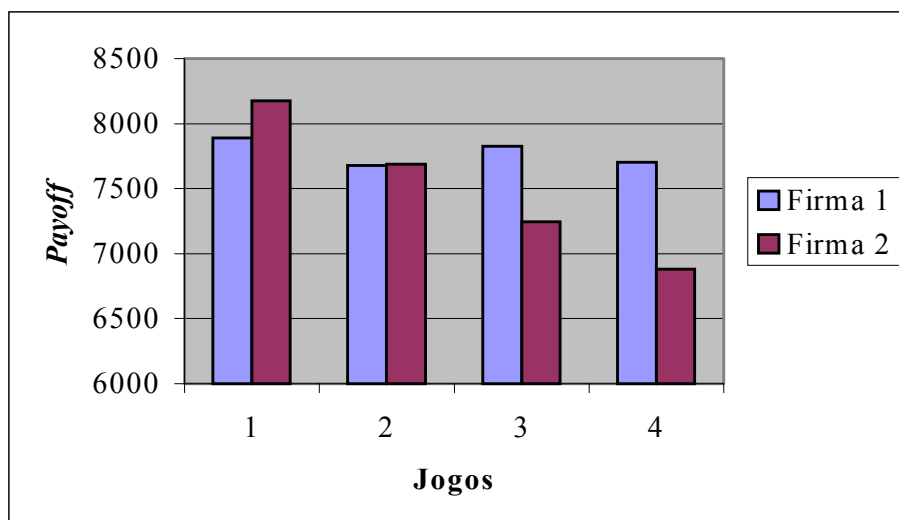


Gráfico 7.14 *Payoff* acumulado – fase I

Os resultados apresentados pelo gráfico 7.14 mostram que apesar dos consumidores estarem atentos as alterações no preço dos produtos boicotando aqueles que apresentam-se excessivamente caros, para as firmas a redução de preços deixa de ser uma estratégia lucrativa quando é excessiva.

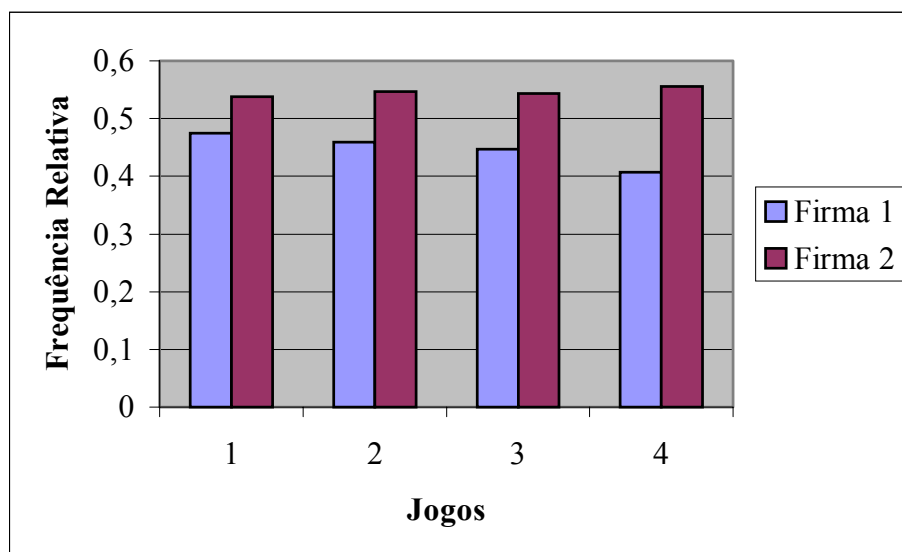


Gráfico 7.15 Sucesso nas vendas das firmas – fase I

O gráfico 7.16 mostra os lucros das empresas em salários mínimos para cada um dos jogos da fase I.

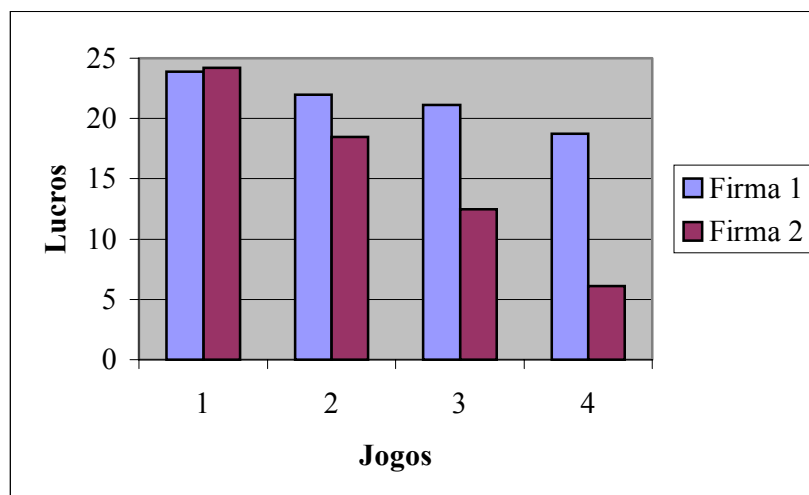


Gráfico 7.16 Lucro das firmas – fase I

Verifica-se no gráfico 7.16 que os melhores resultados são obtidos pela firma 2 com margem de lucro de 80%. Ao reduzir a margem de 80% para 60% a firma 2 aumenta suas vendas mas diminuem os lucros. De fato, o melhor para a firma 2 é ajustar sua margem de lucro em 80% visto que a firma 1 mantém margem de 100%. Nota-se nos gráficos 7.15 e 7.16 que as decisões tomadas pela firma 2 afetam diretamente o desempenho da firma 1. Observa-se que apesar dos lucros da firma 1 serem maiores que os lucros da firma 2, nos jogos 2, 3 e 4, o sucesso nas vendas e os lucros da firma 1 reduzem a cada alteração de preços da firma 1. Se as empresas pudessem fazer um conluio, certamente escolheriam as condições do jogo 1, onde ambas obtêm lucros maiores.

### 7.7.2 Simulações da Fase II

Os preços praticados pelos varejistas (firmas) na fase II foram apresentados na tabela 7.6. Estes valores correspondem em reais a R\$48,00, preço estipulado pela firma 1, e R\$52,80, R\$57,60, R\$62,40, R\$67,20, preços estipulados pela firma 2 para os jogos 1, 2, 3 e 4 respectivamente. O gráfico 7.17 mostra a distribuição dos consumidores por classe conforme a renda para a fase II.

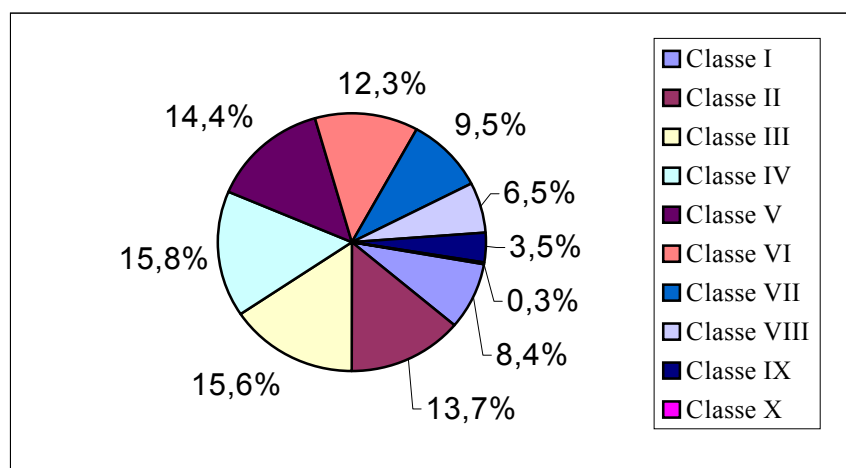


Gráfico 7.17 Distribuição dos consumidores por classe conforme a renda



**Jogo 1**

- preço dos produtos: firma 1: 0,2      firma 2: 0,22
- total de iterações: 20.001
- margem de lucro: firma 1: 11,1%      firma 2: 22,2%

A tabela 7.28 mostra o resumo das vendas para o jogo 1.

	Número de Vendas	% de Vendas	% de Sucesso
Firma 1	5385	52,89 %	53,80 %
Firma 2	4797	47,11 %	47,97 %
Total	10182	100,00 %	50,90 %

Tabela 7.28 Resumo das vendas – fase II / jogo 1

A tabela 7.29 e o gráfico 7.18 mostram respectivamente a porcentagem de vendas e a FRSV por classe de consumidores.

Classes dos Consumidores											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	Total
<b>Firma 1</b>	55,15 %	52,44 %	52,03 %	53,41 %	53,05 %	52,03 %	53,27 %	54,08 %	50,72 %	52,38 %	52,89 %
<b>Firma 2</b>	44,85 %	47,56 %	47,97 %	46,59 %	46,95 %	47,97 %	46,73 %	45,92 %	49,28 %	47,62 %	47,11 %
<b>Total</b>	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Tabela 7.29 Porcentagem de vendas – fase II / jogo 1

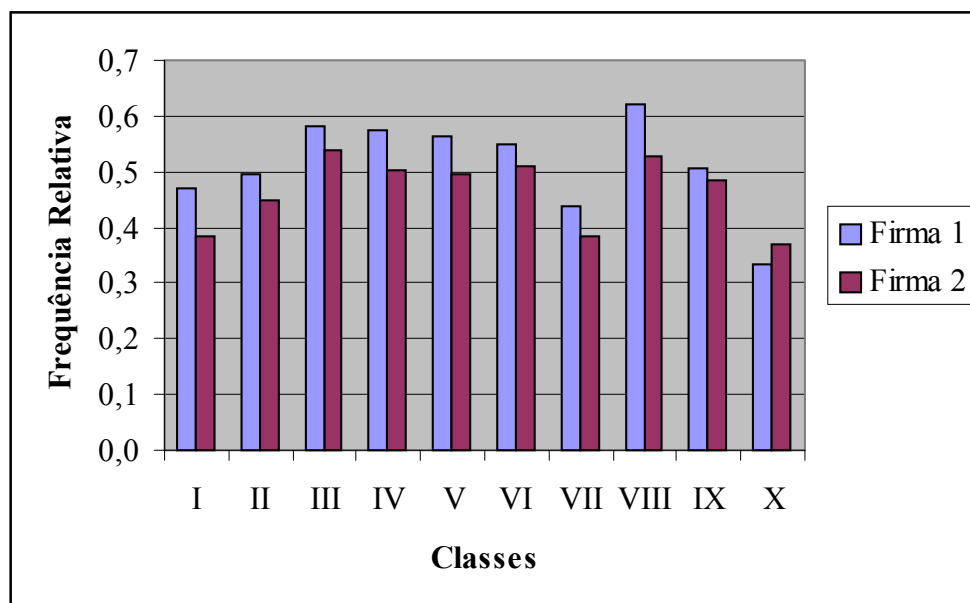


Gráfico 7.18 Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase II / jogo 1

Verifica-se que o desempenho da firma 1 é melhor que o da firma 2 em nove das dez classes de consumidores. A firma 1 foi recompensada nas vendas por oferecer o produto mais barato. Observa-se no gráfico 7.18 que para as classes IX e X as firmas apresentam um equilíbrio nas FRSV. Estes resultados mostram a insensibilidade dos consumidores com alto poder aquisitivo às variações de preços neste jogo.

A tabela 7.30 mostra o *payoff* acumulado das firmas para o jogo 1. As tabelas 7.31 e 7.32 mostram as frequências com que as firmas e os consumidores utilizam suas estratégias no jogo.

<b>Firma 1</b>	<b>Firma 2</b>
8033,99	7807,54

Tabela 7.30 *Payoff* acumulado das firmas – fase II / jogo 1

	<b>Firma 1</b>	<b>Firma 2</b>
<i>Hawk</i>	0,450	0,550
<i>Dove</i>	0,550	0,450

Tabela 7.31 Frequência das estratégias das firmas – fase II / jogo 1

<b>Consumidor</b>			
<i>Hawk</i>		<i>Dove</i>	
Firma 1	Firma 2	Firma 1	Firma 2
0,462	0,521	0,538	0,479

Tabela 7.32 Frequência das estratégias dos consumidores – fase II / jogo 1

Neste jogo a firma 1 recebe a cada iteração um *payoff* esperado de 0,76 ao passo que a firma 2 recebe um *payoff* esperado de 0,74. Os gráficos 7.19 e 7.20 mostram respectivamente o sucesso nas vendas e o *fitness* das firmas ao longo da execução do programa.

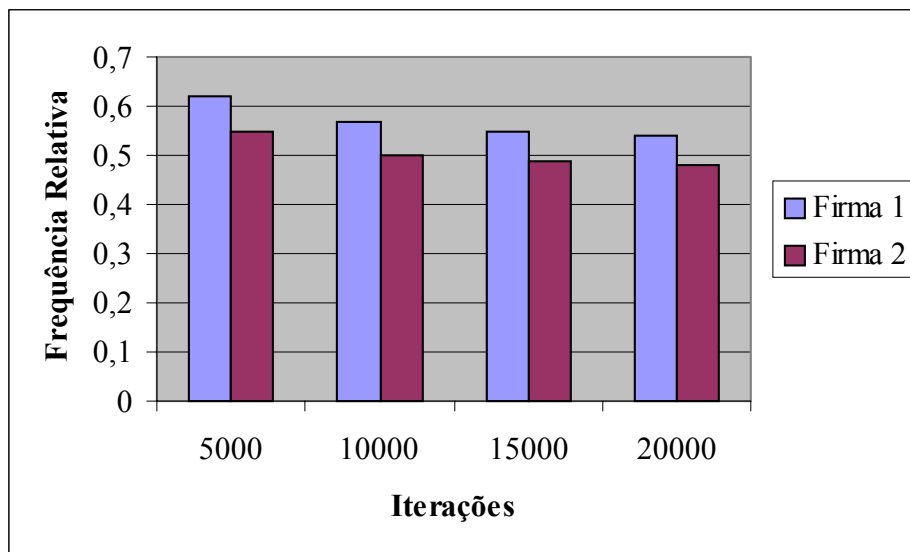


Gráfico 7.19 Sucesso nas vendas das firmas – fase II / jogo 1

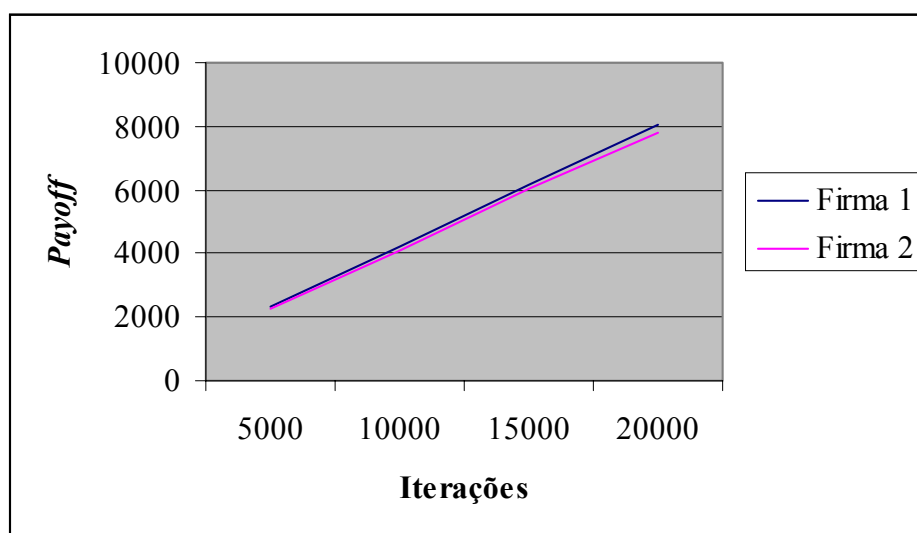


Gráfico 7.20 *Payoff* acumulado – fase II / jogo 1

## **Jogo 2**

- preço dos produtos: firma 1: 0,2      firma 2: 0,24
- total de iterações: 20.001
- margem de lucro: firma 1: 11,1%      firma 2: 33,3%

A tabela 7.33 mostra o resumo das vendas para o jogo 2.

	Número de Vendas	% de Vendas	% de Sucesso
Firma 1	5481	54,22 %	54,80 %
Firma 2	4628	45,78 %	46,28 %
Total	10109	100,00 %	50,54 %

Tabela 7.33 Resumo das vendas – fase II / jogo 2

Quando uma firma adota uma estratégia *hawk* ou *dove* ela está interferindo diretamente nos ganhos dos concorrentes e na percepção dos consumidores quanto às oportunidades de compra. Pode-se dizer que estas decisões afetam o comportamento de todos os participantes do sistema varejista. O aumento dos preços da firma 2 significou uma redução nas suas vendas de 3,56%. Para a firma 1 houve um aumento nas vendas de 1,78%.

A tabela 7.34 e o gráfico 7.21 mostram respectivamente a porcentagem de vendas e a FRSV por classe de consumidores.

Classes dos Consumidores											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	Total
<b>Firma 1</b>	58,39 %	56,14 %	54,20 %	51,72 %	53,41 %	54,43 %	53,31 %	55,80 %	51,99 %	38,46 %	54,22 %
<b>Firma 2</b>	41,61 %	43,86 %	45,80 %	48,28 %	46,59 %	45,57 %	46,69 %	44,20 %	48,01 %	61,54 %	45,78 %
<b>Total</b>	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Tabela 7.34 Porcentagem de vendas – fase II / jogo 2

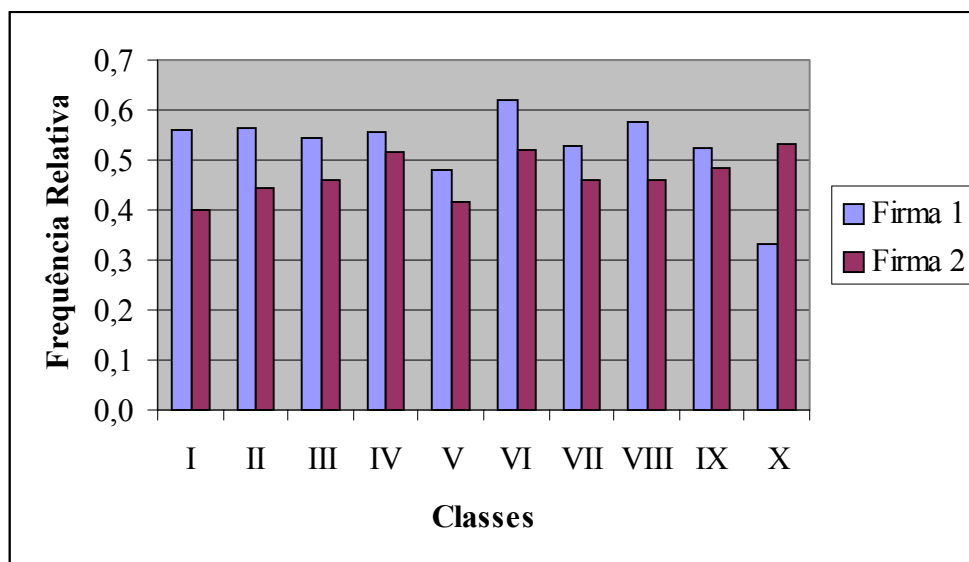


Gráfico 7.21 Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase II / jogo 2

Observa-se no gráfico 7.21 que a firma 2 obteve a menor FRSV para os consumidores da classes I. Este resultado mostra a sensibilidade dos consumidores de baixa renda aos preços estabelecidos pelas firmas. Por outro lado observa-se que a firma 2 obteve a maior FRSV para os consumidores da classe X.

A tabela 7.35 apresenta o *payoff* acumulado das firmas para o jogo 2. As tabelas 7.36 e 7.37 mostram as frequências com que os jogadores escolhem suas estratégias no jogo.

<b>Firma 1</b>	<b>Firma 2</b>
8009,75	7949,70

Tabela 7.35 *Payoff* acumulado das firmas – fase II / jogo 2

	<b>Firma 1</b>	<b>Firma 2</b>
<i>Hawk</i>	0,400	0,600
<i>Dove</i>	0,600	0,400

Tabela 7.36 Frequência das estratégias das firmas – fase II / jogo 2

<b>Consumidor</b>			
<i>Hawk</i>		<i>Dove</i>	
Firma 1	Firma 2	Firma 1	Firma 2
0,452	0,538	0,548	0,462

Tabela 7.37 Frequência das estratégias dos consumidores – fase II / jogo 2

Neste jogo a firma 1 recebe a cada iteração um *payoff* esperado de 0,75 ao passo que a firma 2 recebe um *payoff* esperado de 0,73. Os gráficos 7.22 e 7.23 mostram respectivamente a FRSV e o *payoff* acumulado das firmas no decorrer do jogo. Compreende-se comparativamente ao jogo anterior, que a frequência com que as firmas escolhem suas estratégias afetam não somente seus próprios interesses como também os interesses dos outros participantes do jogo.

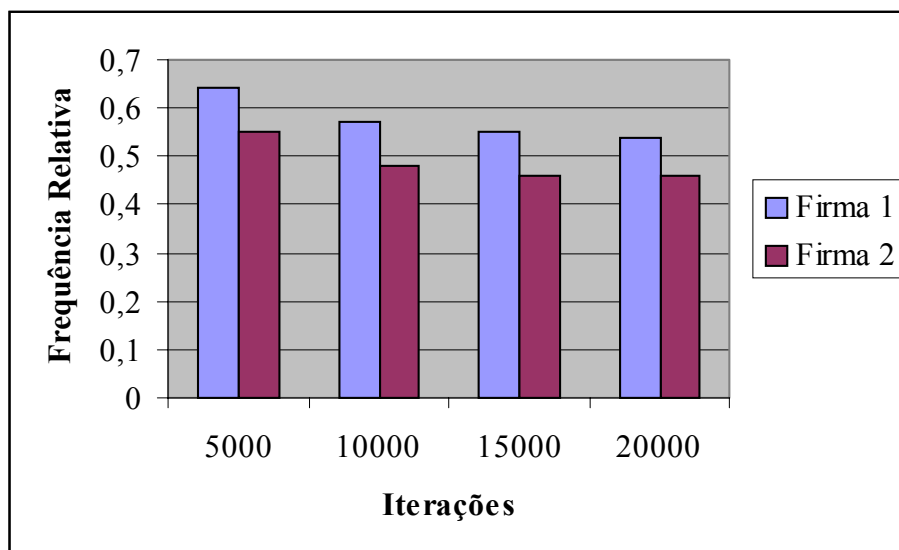


Gráfico 7.22 Sucesso nas vendas das firmas – fase II / jogo 2

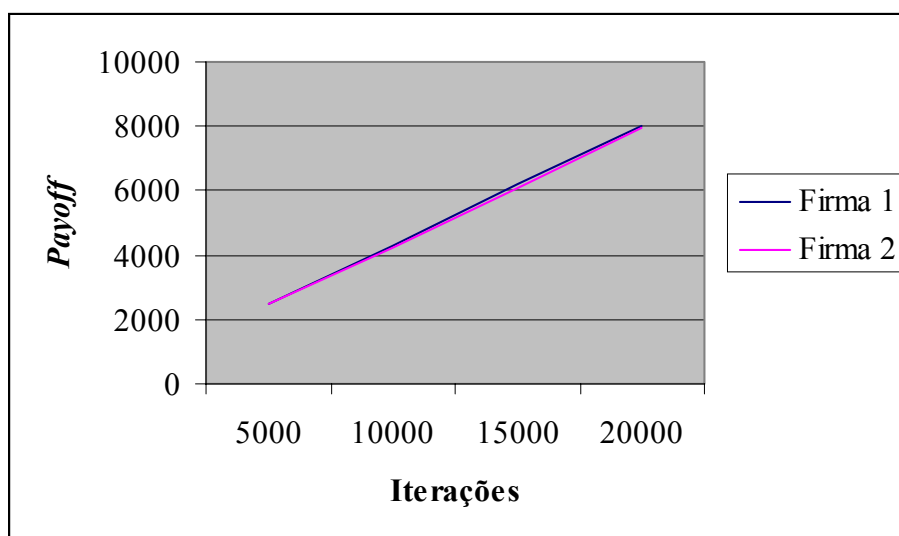


Gráfico 7.23 *Payoff* acumulado – fase II / jogo 2

### **Jogo 3**

- preço dos produtos: firma 1: 0,2      firma 2: 0,26
- total de iterações: 20.001
- margem de lucro: firma 1: 11,1%      firma 2: 44,4%

A tabela 7.38 mostra o resumo das vendas para o jogo 3.

	<b>Número de Vendas</b>	<b>% Vendas</b>	<b>% de Sucesso</b>
Firma 1	5410	55,27 %	54,09 %
Firma 2	4378	44,73 %	43,78 %
Total	9788	100,00 %	48,94 %

Tabela 7.38 Resumo das vendas – fase II / jogo 3

Nota-se que a porcentagem de sucesso nas vendas para a firma 1 neste jogo permaneceu praticamente inalterada em relação ao jogo anterior (54,80% no jogo 2 contra 54,09% no jogo 3). Para a firma 2 há uma redução significativa na porcentagem de sucesso (46,28% no jogo 2 contra 43,78% no jogo 3). O aumento de preços da firma 2 neste jogo resultou numa redução nas vendas para ambas as firmas. Para a firma 1 a redução nas vendas foi de 1,29%. Para a firma 2 a redução nas vendas foi de 5,40%.

A tabela 7.39 mostra a porcentagem de vendas das firmas por classe de consumidores.

<b>Classes dos Consumidores</b>											
	<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>	<b>VII</b>	<b>VIII</b>	<b>IX</b>	<b>X</b>	<b>Total</b>
<b>Firma 1</b>	53,29 %	55,06 %	56,08 %	54,78 %	54,87 %	55,44 %	58,99 %	51,99 %	59,55 %	46,67 %	55,27 %
<b>Firma 2</b>	46,71 %	44,94 %	43,92 %	45,22 %	45,13 %	44,56 %	41,01 %	48,01 %	40,45 %	53,33 %	44,73 %
<b>Total</b>	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Tabela 7.39 Porcentagem de vendas – fase II / jogo 3

Observa-se que a firma 2 obteve a maior porcentagem de vendas para os consumidores da classe X. Nas demais classes, a firma 1 vendeu mais que a firma 2. O gráfico 7.24 mostra a FRSV para cada uma das dez classes de consumidores. Verifica-se que a firma 1 obteve uma FRSV maior em nove das dez classes. Observa-se que apesar da firma 2 ter uma porcentagem de vendas superior ao da firma 1 para os consumidores da classe X, a FRSV das firmas para estes consumidores é a mesma (0,5). Isto quer dizer que um número maior de consumidores da classe X “visitou” a firma 2 neste período.

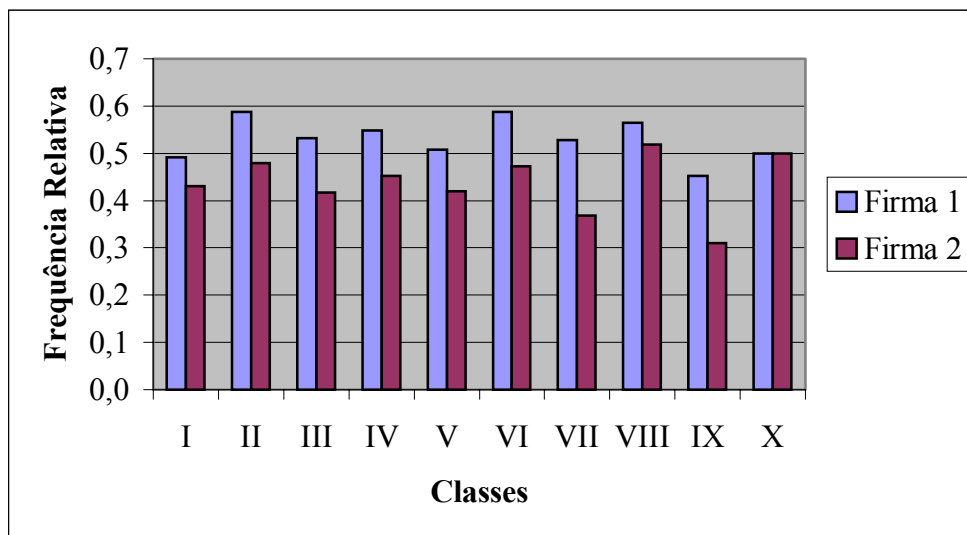


Gráfico 7.24 Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase II / jogo 3

A tabela 7.40 mostra o *payoff* acumulado das firmas para o jogo 3. As tabelas 7.41 e 7.42 mostram as frequências com que os jogadores utilizam suas estratégias neste jogo. Os gráficos 7.25 e 7.26 mostram respectivamente a frequência relativa no sucesso das vendas e o *payoff* acumulado das firmas durante o jogo.

Firma 1	Firma 2
7333,82	7487,36

Tabela 7.40 *Payoff* acumulado das firmas – fase II / jogo 3

	Firma 1	Firma 2
<i>Hawk</i>	0,350	0,650
<i>Dove</i>	0,650	0,350

Tabela 7.41 Frequência das estratégias das firmas – fase II / jogo 3

Consumidor			
<i>Hawk</i>		<i>Dove</i>	
Firma 1	Firma 2	Firma 1	Firma 2
0,460	0,527	0,540	0,473

Tabela 7.42 Frequência das estratégias dos consumidores – fase II / jogo 3

No jogo 3 a firma 1 recebe a cada iteração um *payoff* esperado de 0,72 ao passo que a firma 2 recebe um *payoff* esperado de 0,77.



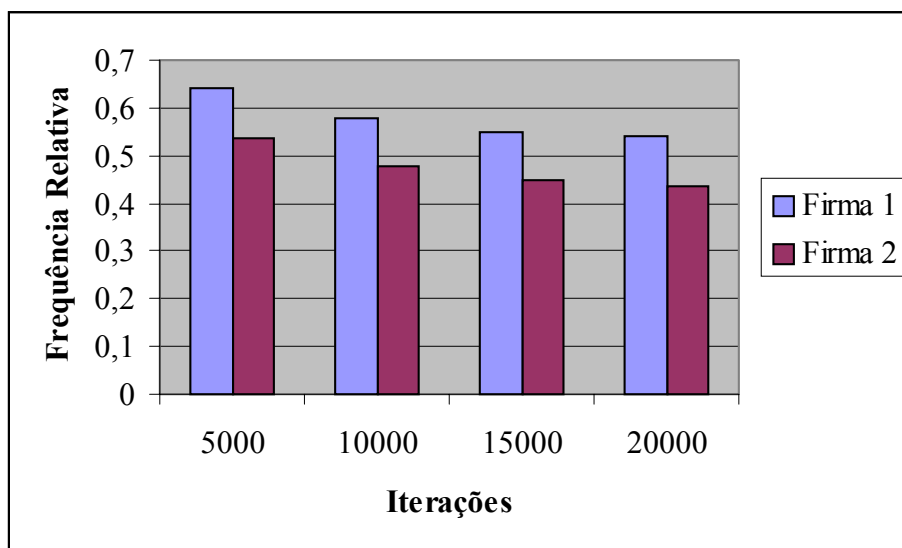


Gráfico 7.25 Sucesso nas vendas das firmas – fase II / jogo 3

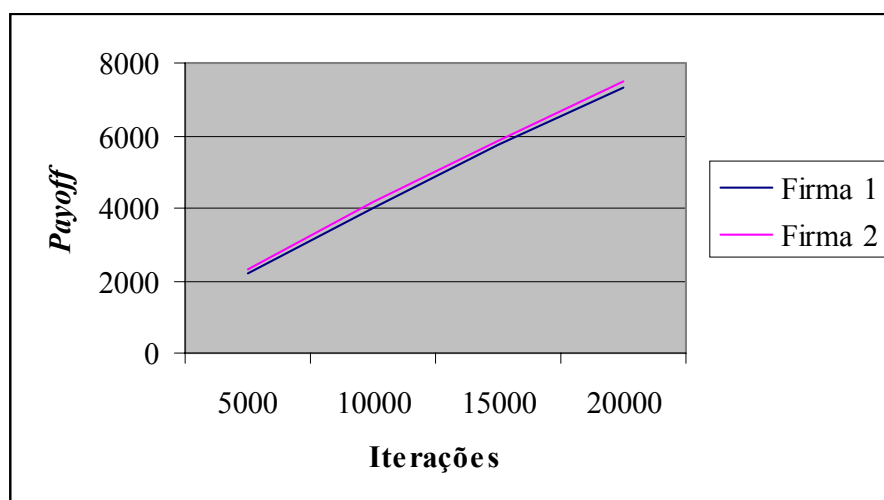


Gráfico 7.26 Payoff acumulado – fase II / jogo 3

Os resultados do gráfico 7.26 mostram que a firma 2 tem um desempenho melhor que a firma 1 em unidades de *payoffs* no decorrer da execução do programa. Isto significa que apesar do aumento no volume das vendas da firma 1 os ganhos da firma 2 são maiores.

**Jogo 4**

- preço dos produtos: firma 1: 0,2      firma 2: 0,28
- total de iterações: 20.001
- margem de lucro: firma 1: 11,1%      firma 2: 55,5%

A tabela 7.43 mostra o resumo das vendas para o jogo 4.

	Número de Vendas	% Vendas	% de Sucesso
Firma 1	5575	57,17 %	55,75 %
Firma 2	4177	42,83 %	41,77 %
Total	9752	100,00 %	48,76 %

Tabela 7.43 Resumo das vendas – fase II / jogo 4

A alteração nos preços da firma 2 em relação ao jogo 3 representou uma queda nas vendas de 4,54%. Por outro lado houve um acréscimo de 3,04% nas vendas da firma 1. A tabela 7.44 mostra a porcentagem de vendas das firmas por classe de consumidores.

Classes dos Consumidores											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	Total
<b>Firma 1</b>	61,04 %	58,79 %	55,19 %	60,08 %	56,63 %	55,96 %	53,44 %	60,08 %	54,22 %	40,00 %	57,17 %
<b>Firma 2</b>	38,96 %	41,21 %	44,81 %	39,92 %	43,37 %	44,04 %	46,56 %	39,92 %	45,78 %	60,00 %	42,83 %
<b>Total</b>	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Tabela 7.44 Porcentagem de vendas – fase II / jogo 4

Observa-se na tabela 7.44 que grande parte dos consumidores da classe I optou por comprar da firma 1, sendo esta diferença percentual a maior entre as firmas para cada uma das dez classes. Isto mostra a sensibilidade dos consumidores de baixa renda aos preços praticados pelas firmas no jogo 4. Nota-se que os consumidores da classe X mostram-se insensíveis a diferença de preços.

O gráfico 7.27 mostra a FRSV por classe de consumidores. Verifica-se que ambas as firmas tem os menores índices de sucesso para os consumidores da classe I. Por outro lado os melhores desempenhos das firmas são para os consumidores das classes IX e X respectivamente para as firmas 1 e 2.

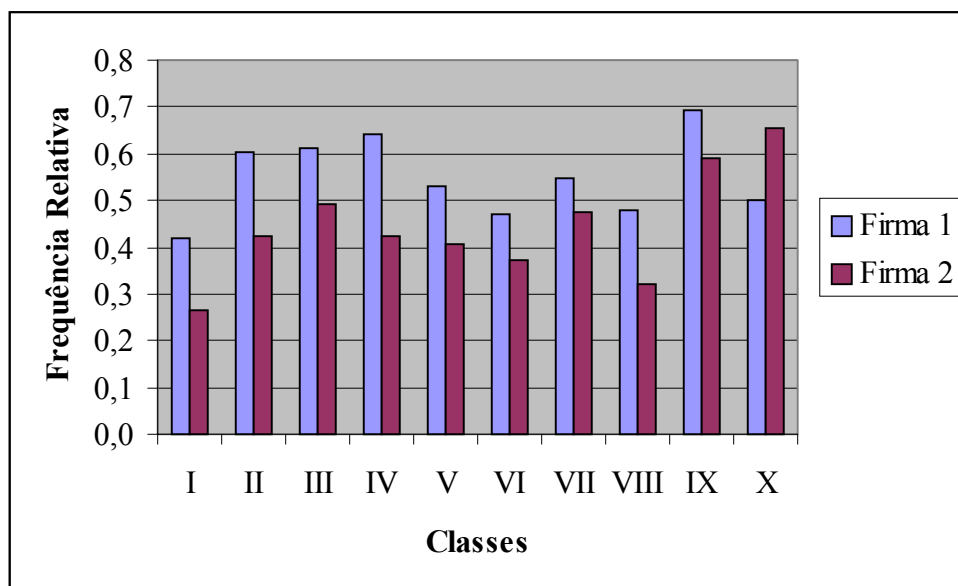


Gráfico 7.27 Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase II / jogo 4

A tabela 7.45 mostra o *payoff* acumulado das firmas para o jogo 4. As tabelas 7.46 e 7.47 mostram as frequências com que os jogadores utilizam suas estratégias neste jogo. Os gráficos 7.28 e 7.29 mostram respectivamente a evolução da frequência relativa no sucesso das vendas e a evolução do *payoff* acumulado das firmas no decorrer da execução do programa. No jogo 4 a firma 1 recebe a cada iteração um *payoff* esperado de 0,71 ao passo que a firma 2 recebe um *payoff* esperado de 0,85.

Firma 1	Firma 2
7331,95	7395,90

Tabela 7.45 *Payoff* acumulado das firmas – fase II / jogo 4

	Firma 1	Firma 2
<i>Hawk</i>	0,300	0,700
<i>Dove</i>	0,700	0,300

Tabela 7.46 Frequência das estratégias das firmas – fase II / jogo 4

Consumidor			
<i>Hawk</i>		<i>Dove</i>	
Firma 1	Firma 2	Firma 1	Firma 2
0,443	0,583	0,557	0,417

Tabela 7.47 Frequência das estratégias dos consumidores – fase II / jogo 4

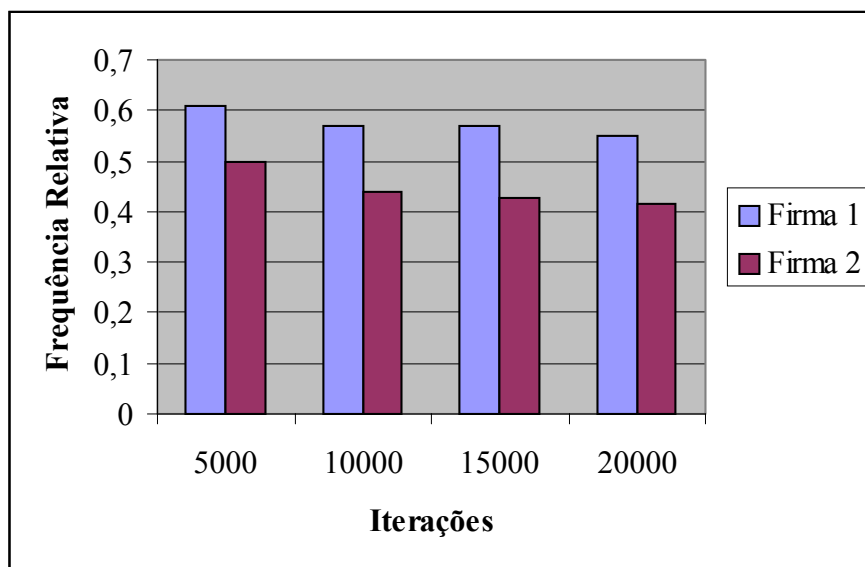


Gráfico 7.28 Sucesso nas vendas das firmas – fase II / jogo 4

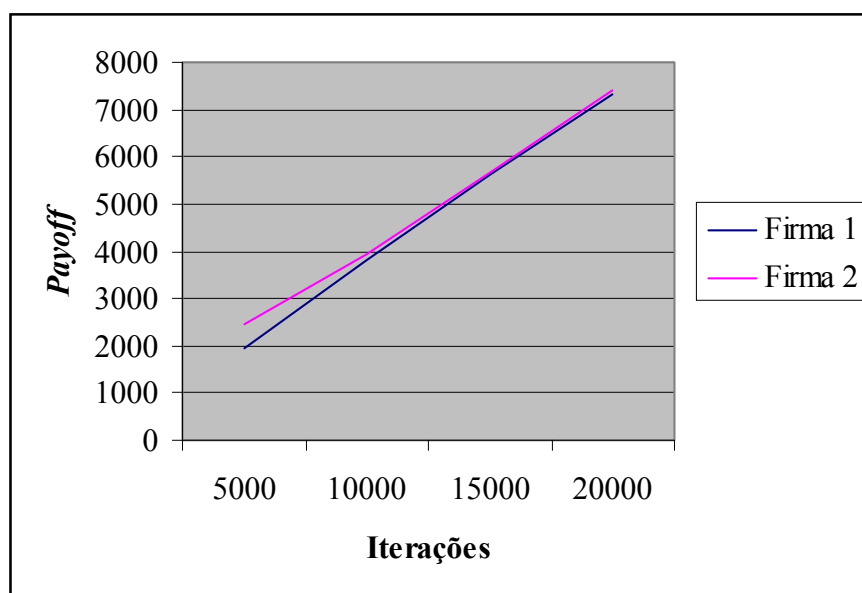


Gráfico 7.29 Payoff acumulado – fase II / jogo 4

No gráfico 7.29 os resultados mostram um equilíbrio no *fitness* das firmas a partir do ciclo 5000. O aumento de 3,04% nas vendas para a firma 1 fez com que houvesse uma compensação nos ganhos da firma em função dos maiores lucros recebidos pela firma 2 em cada transação. Os gráficos 7.30 e 7.31 mostram respectivamente o *payoff* acumulado (*fitness*) das firmas e a FRSV em cada um dos jogos da fase II.

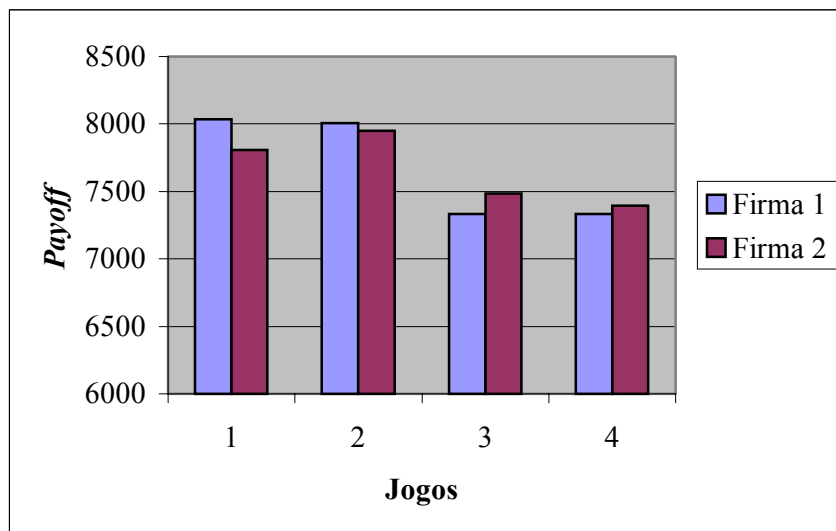


Gráfico 7.30 *Payoff* acumulado – fase II

Os resultados apresentados no gráfico 7.30 mostram que nos jogos 3 e 4 a firma 2 recebe um *fitness* maior que a firma 1. Pode-se dizer que a queda nas vendas da firma 2 nos Jogos 3 e 4 foi compensada pelos lucros obtidos em cada transação.

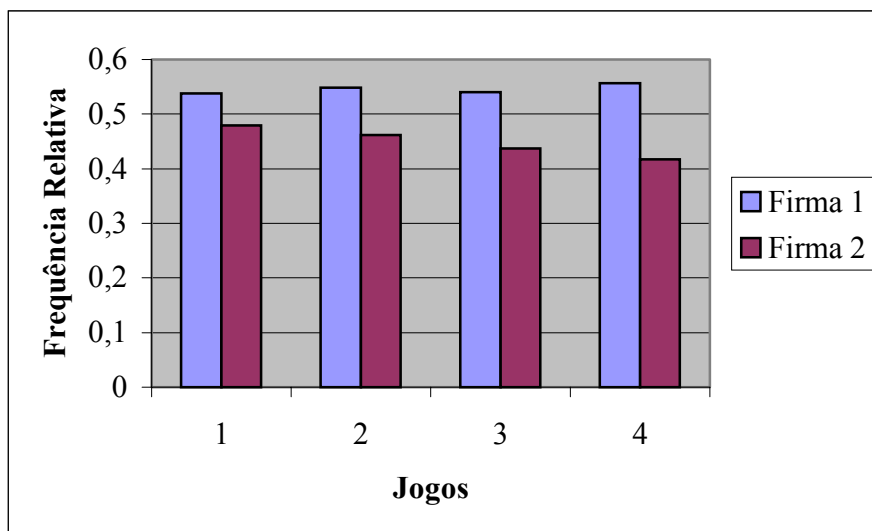


Gráfico 7.31 Sucesso nas vendas das firmas – fase II

O gráfico 7.32 mostra os lucros das empresas em salários mínimos para cada um dos jogos da fase II.

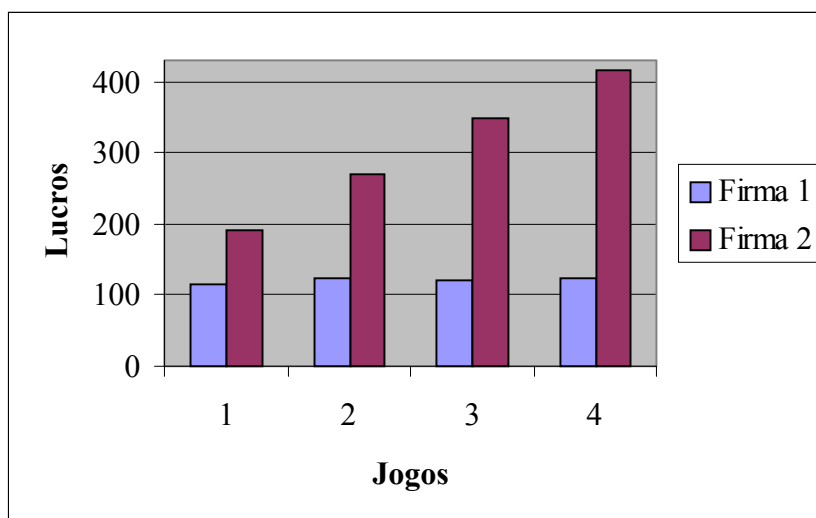


Gráfico 7.32 Lucro das firmas – fase II

Verifica-se no gráfico 7.32 que os melhores resultados em termos de lucros foram conquistados pela firma 2. Compreende-se que a estratégia da firma 1 de oferecer produtos com preços mais acessíveis corresponde a um desempenho melhor nas vendas mas não representa aumento nos lucros. Verificou-se na fase II que a firma 2 obteve um desempenho inferior ao da firma 1 no sucesso das vendas, porém, estes resultados foram compensados pelos maiores lucros obtidos a cada transação. Conclui-se que oferecer um produto com uma margem de lucro muito pequena não evidencia como uma estratégia lucrativa. Estas ações podem representar aumento nas vendas mas os lucros são menores. A firma 1 deve elevar gradativamente sua margem de lucro para obter melhores resultados.

### 7.7.3 Simulações da Fase III

Os preços praticados pelos varejistas (firmas) nesta fase são mostrados na tabela 7.6. Estes valores correspondem em reais a R\$240, preço estipulado pela firma 2, e R\$216, R\$192, R\$168, R\$144, preços estipulados pela firma 1 nos jogos 1, 2, 3 e 4 respectivamente. O gráfico 7.33 mostra a distribuição dos consumidores por classe conforme a renda para a fase III.

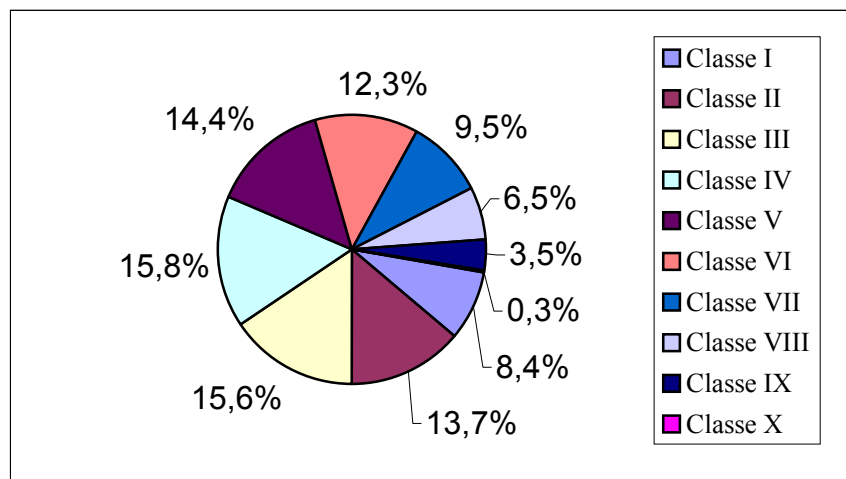


Gráfico 7.33 Distribuição dos consumidores por classe conforme a renda

**Jogo 1**

- preço dos produtos: firma 1: 0,9      firma 2: 1
- total de iterações: 20.001
- margem de lucro: firma 1: 90%      firma 2: 100%

A tabela 7.48 mostra o resumo das vendas para o jogo 1.

	Número de Vendas	% de Vendas	% de Sucesso
Firma 1	4988	53,46 %	49,88 %
Firma 2	4342	46,54 %	43,42 %
Total	9330	100,00 %	46,65 %

Tabela 7.48 Resumo das vendas – fase III / jogo 1

Observa-se que as firmas venderam menos nesta fase em função do valor dos produtos. A tabela 7.49 e o gráfico 7.34 mostram respectivamente a porcentagem de vendas e a FRSV por classe de consumidores.

Classes dos Consumidores											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	Total
<b>Firma 1</b>	91,67 %	52,64 %	52,05 %	53,70 %	54,23 %	54,95 %	53,59 %	50,00 %	52,63 %	64,00 %	53,46 %
<b>Firma 2</b>	8,33 %	47,36 %	47,95 %	46,30 %	45,77 %	45,05 %	46,41 %	50,00 %	47,37 %	36,00 %	46,54 %
<b>Total</b>	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Tabela 7.49 Porcentagem de vendas – fase III / jogo 1

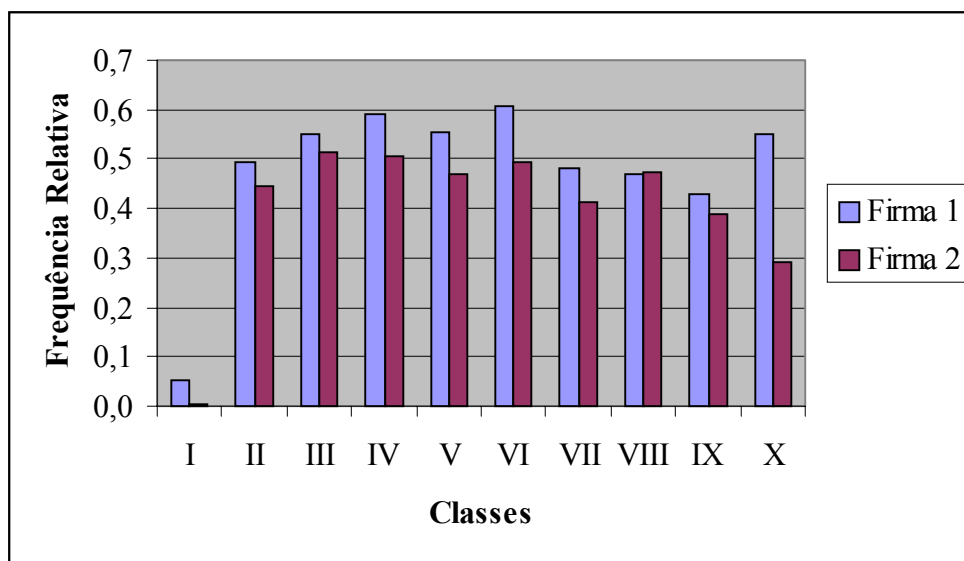


Gráfico 7.34 Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase III / jogo 1

Nota-se que a FRSV para os consumidores da classe I é baixa. Isto deve-se ao fato que a maioria dos consumidores desta classe não possuem renda suficiente para comprar os produtos oferecidos pelas firmas.

A tabela 7.50 mostra o *payoff* acumulado das firmas para o jogo 1. As tabelas 7.51 e 7.52 mostram as frequências com que os jogadores utilizam suas estratégias neste jogo.

Firma 1	Firma 2
7115,36	6884,26

Tabela 7.50 *Payoff* acumulado das firmas – fase III / jogo 1

	Firma 1	Firma 2
<i>Hawk</i>	0,444	0,556
<i>Dove</i>	0,556	0,444

Tabela 7.51 Frequência das estratégias das firmas – fase III / jogo 1

Consumidor			
<i>Hawk</i>		<i>Dove</i>	
Firma 1	Firma 2	Firma 1	Firma 2
0,502	0,566	0,498	0,434

Tabela 7.52 Frequência das estratégias dos consumidores – fase III / jogo 1



Neste jogo a firma 1 recebe a cada iteração um *payoff* esperado de 0,69 ao passo que a firma 2 recebe um *payoff* esperado de 0,66. Os gráficos 7.35 e 7.36 mostram respectivamente a evolução da FRSV e a evolução do *payoff* acumulado das firmas no decorrer da execução do programa.

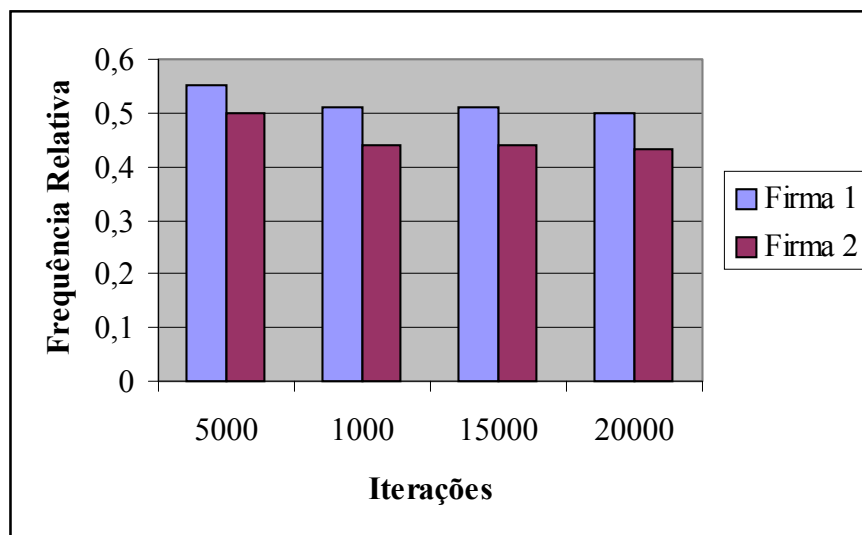


Gráfico 7.35 Sucesso nas vendas das firmas – fase III / jogo 1

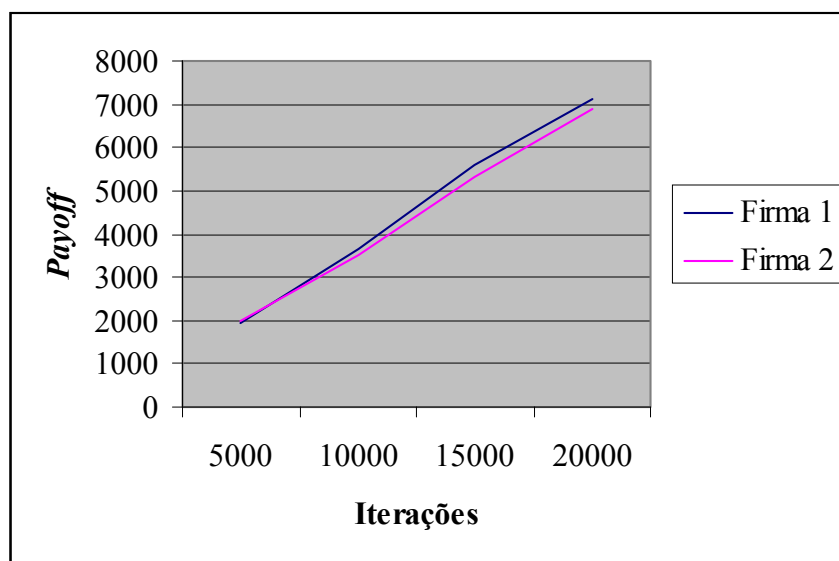


Gráfico 7.36 *Payoff* acumulado – fase III / jogo 1

Nota-se no gráfico 7.36 que no final da execução do programa o *fitness* da firma 1 (firma mais cooperativa) é maior. Nesta etapa a firma 1 foi recompensada por praticar preços mais acessíveis. Verifica-se que os consumidores utilizaram a estratégia *Hawk* com uma

frequência maior que nas fases I e II em função dos preços estabelecidos pelas firmas na fase III da simulação.

### **Jogo 2**

- preço dos produtos: firma 1: 0,8      firma 2: 1
- total de iterações: 20.001
- margem de lucro: firma 1: 80%      firma 2: 100%

A tabela 7.53 mostra o resumo das vendas para o jogo 2.

	<b>Número de Vendas</b>	<b>% de Vendas</b>	<b>% de Sucesso</b>
Firma 1	5094	55,47 %	50,93 %
Firma 2	4089	44,53 %	40,89 %
Total	9183	100,00 %	45,91 %

Tabela 7.53 Resumo das vendas – fase III / jogo 2

A redução no preço do produto da firma 1 resultou num aumento de 2,12% no seu volume de vendas. Para a firma 2 esta alteração significou uma redução de 5,81% nas vendas. A tabela 7.54 e o gráfico 7.37 mostram respectivamente, a porcentagem de vendas e a FRSV por classe de consumidores.

<b>Classes dos Consumidores</b>											
	<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>	<b>VII</b>	<b>VIII</b>	<b>IX</b>	<b>X</b>	<b>Total</b>
<b>Firma 1</b>	98,06 %	53,13 %	55,83 %	55,56 %	55,5 6%	54,76 %	57,23 %	53,00 %	53,82 %	45,83 %	55,47 %
<b>Firma 2</b>	1,94 %	46,87 %	44,17 %	44,44 %	44,44 %	45,24 %	42,77%	47,00 %	46,18 %	54,17 %	44,53 %
<b>Total</b>	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Tabela 7.54 Porcentagem de vendas – fase III / jogo 2

Verifica-se na tabela 7.54 que para os consumidores da classe X a firma 2 vendeu mais que a firma 1. Apesar da firma 1 ter vendido menos para a classe X, observa-se no gráfico 7.37 que a firma 1 tem uma FRSV maior. Nota-se também que aumentou a FRSV para os consumidores da classe I em relação ao jogo anterior. Este fato mostra que com a redução de preços, mais consumidores da classe I estão podendo comprar o produto oferecido pela firma 1.

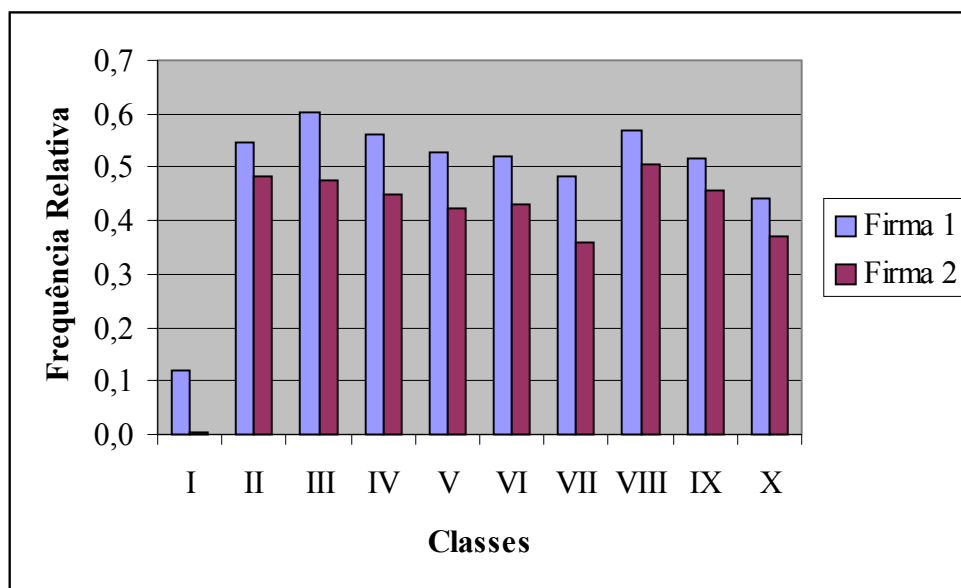


Gráfico 7.37 Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase III / jogo 2

A tabela 7.55 mostra o *payoff* acumulado das firmas para o jogo 2. As tabelas 7.56 e 7.57 mostram as frequências com que os jogadores utilizam suas estratégias neste jogo.

Firma 1	Firma 2
7083,54	6931,84

Tabela 7.55 *Payoff* acumulado das firmas – fase III / jogo 2

	Firma 1	Firma 2
<i>Hawk</i>	0,375	0,625
<i>Dove</i>	0,625	0,375

Tabela 7.56 Frequência das estratégias das firmas – fase III / jogo 2

Consumidor			
<i>Hawk</i>		<i>Dove</i>	
Firma 1	Firma 2	Firma 1	Firma 2
0,491	0,592	0,509	0,408

Tabela 7.57 Frequência das estratégias dos consumidores – fase III / jogo 2

Neste jogo a firma 1 recebe a cada iteração um *payoff* esperado de 0,68 ao passo que a firma 2 recebe um *payoff* esperado de 0,63. Os gráficos 7.38 e 7.39 mostram respectivamente a evolução da FRSV e a evolução do *payoff* acumulado das firmas no decorrer da execução do programa.

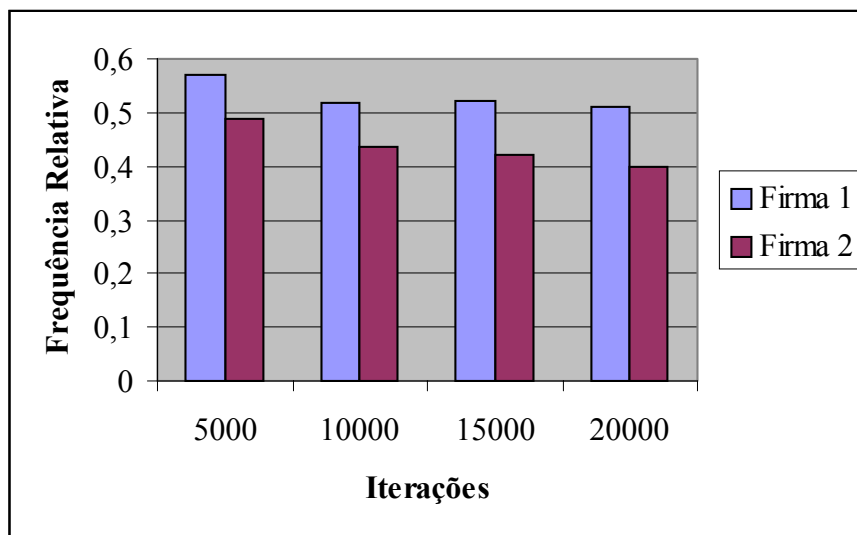


Gráfico 7.38 Sucesso nas vendas das firmas – fase III / jogo 2

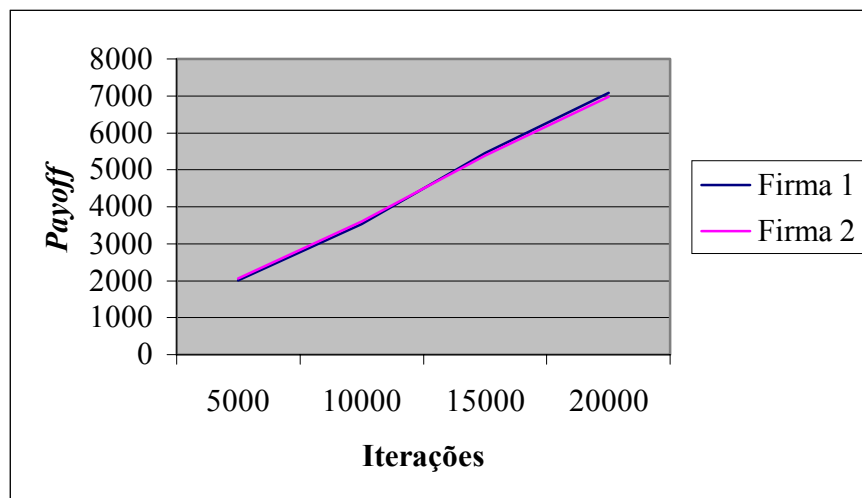


Gráfico 7.39 Payoff acumulado – fase III / jogo 2

**Jogo 3**

- preço dos produtos: firma 1: 0,7      firma 2: 1
- total de iterações: 20.001
- margem de lucro: firma 1: 70%      firma 2: 100%

A tabela 7.58 mostra o resumo das vendas para o jogo 3.

	Número de Vendas	% de Vendas	% de Sucesso
Firma 1	5282	56,95 %	52,81 %
Firma 2	3993	43,05 %	39,93 %
Total	9275	100,00 %	46,37 %

Tabela 7.58 Resumo das vendas – fase III / jogo 3

No jogo 3 houve um acréscimo de 3,69 % no volume de vendas da firma 1 e uma redução de 2,34 % no volume de vendas da firma 2 em relação ao jogo anterior. A tabela 7.59 e o gráfico 7.40 mostram respectivamente a percentagem de vendas e a FRSV por classe de consumidores. Verifica-se na tabela acima que mais consumidores da classe I passaram a adquirir o produto da firma 1 face a redução de preços.

Classes dos Consumidores											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	Total
<b>Firma 1</b>	96,95 %	55,90 %	55,92 %	56,53 %	58,73 %	54,32 %	55,31 %	58,94 %	56,10 %	53,57 %	56,95 %
<b>Firma 2</b>	3,05 %	44,10 %	44,08 %	43,47 %	41,27 %	45,68 %	44,69 %	41,06 %	43,90 %	46,43 %	43,05 %
<b>Total</b>	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Tabela 7.59 Percentagem de vendas – fase III / jogo 3

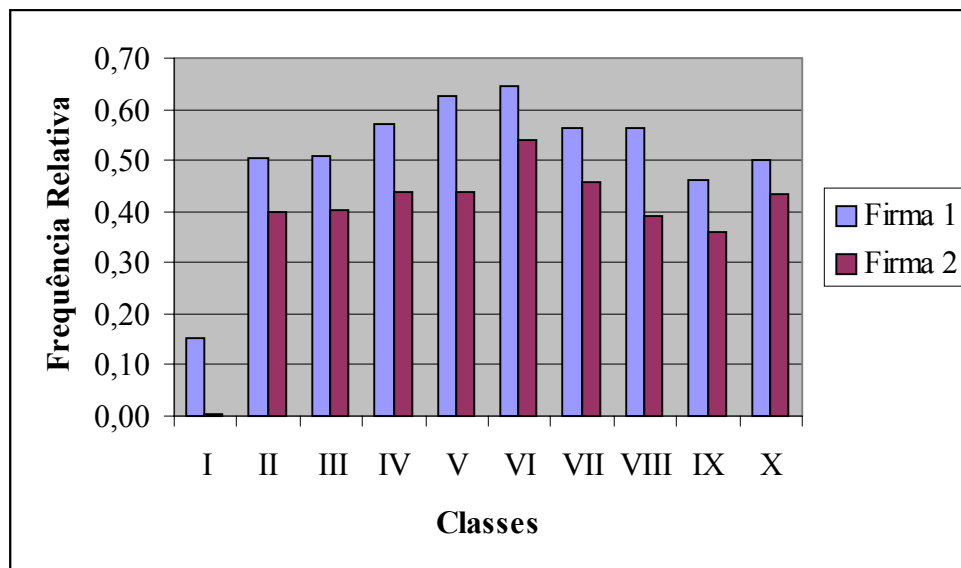


Gráfico 7.40 Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase III / jogo 3

A tabela 7.60 mostra o *payoff* acumulado das firmas para o jogo 3. As tabelas 7.61 e 7.62 mostram as frequências com que os jogadores utilizam suas estratégias neste jogo.

Firma 1	Firma 2
6839,94	7091,23

Tabela 7.60 *Payoff* acumulado das firmas – fase III / jogo 3

	Firma 1	Firma 2
<i>Hawk</i>	0,286	0,714
<i>Dove</i>	0,714	0,286

Tabela 7.61 Frequência das estratégias das firmas – fase III / jogo 3

Consumidor			
<i>Hawk</i>		<i>Dove</i>	
Firma 1	Firma 2	Firma 1	Firma 2
0,472	0,601	0,528	0,399

Tabela 7.62 Frequência das estratégias dos consumidores – fase III / jogo 3

Neste jogo ambas as firmas recebem a cada iteração um *payoff* esperado de 0,66. Os gráficos 7.41 e 7.42 mostram respectivamente a evolução da FRSV e a evolução do *payoff* acumulado das firmas no decorrer da execução do programa.

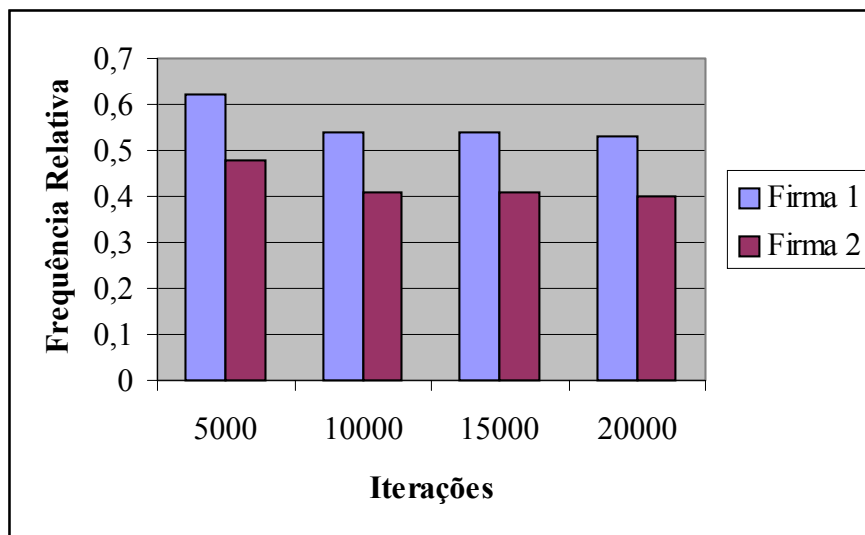


Gráfico 7.41 Sucesso nas vendas das firmas – fase III / jogo 3

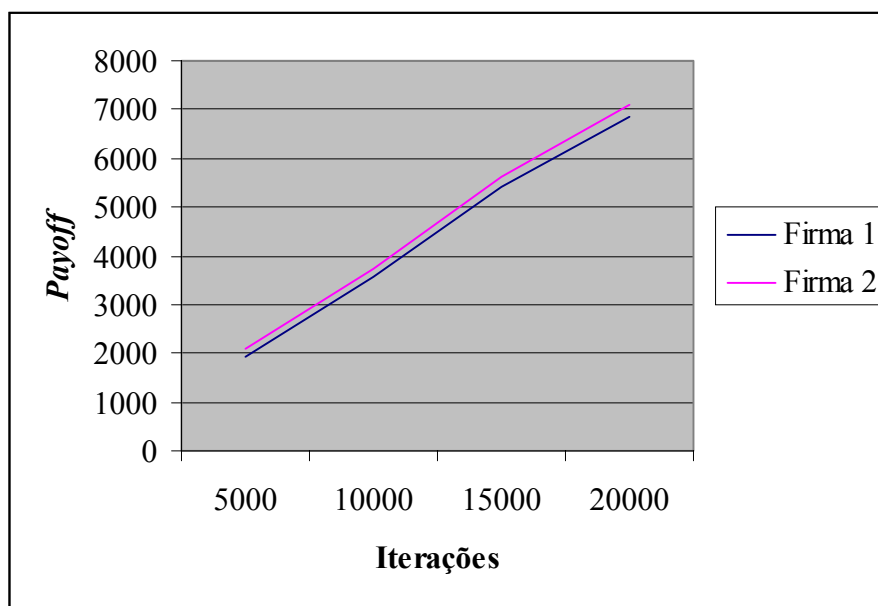


Gráfico 7.42 Payoff acumulado – fase III / jogo 3

**Jogo 4**

- preço dos produtos: firma 1: 0,6      firma 2: 1
- total de iterações: 20.001
- margem de lucro: firma 1: 60%      firma 2: 100%

A tabela 7.63 mostra o resumo das vendas para o jogo 4.

	Número de Vendas	% de Vendas	% de Sucesso
Firma 1	5282	59,07 %	52,82 %
Firma 2	3660	40,93 %	36,60 %
Total	8942	100,00 %	44,71 %

Tabela 7.63 Resumo das vendas – fase III / jogo 4

Os resultados apresentados na tabela 7.63 mostram que não houve um acréscimo no volume de vendas para a firma 1 comparativamente ao jogo anterior. Por outro lado houve uma redução de 8,34 % no volume de vendas para a firma 2. A tabela 7.64 e o gráfico 7.43 mostram respectivamente a percentagem de vendas e a FRSV por classe de consumidores.

Classes dos Consumidores											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	Total
<b>Firma 1</b>	98,79 %	59,38 %	57,81 %	57,58 %	55,72 %	57,33 %	59,46 %	60,03 %	59,67 %	46,43 %	59,07 %
<b>Firma 2</b>	1,21 %	40,62 %	42,19 %	42,42 %	44,28 %	42,67 %	40,54 %	39,97 %	40,33 %	53,57 %	40,93 %
<b>Total</b>	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Tabela 7.64 Percentagem de vendas – fase III / jogo 4

Nota-se na tabela 7.64 que há uma redução na percentagem de vendas para as duas firmas em oito das dez classes de consumidores comparadas ao jogo 3. Verifica-se que para os consumidores da classe X a firma 2 vendeu mais que a firma 1 e obteve um maior sucesso nas vendas. Este resultado mostra a insensibilidade dos consumidores da classe X para variações de preços também nesta fase.

O gráfico 7.43 mostra a FRSV por classe de consumidores:



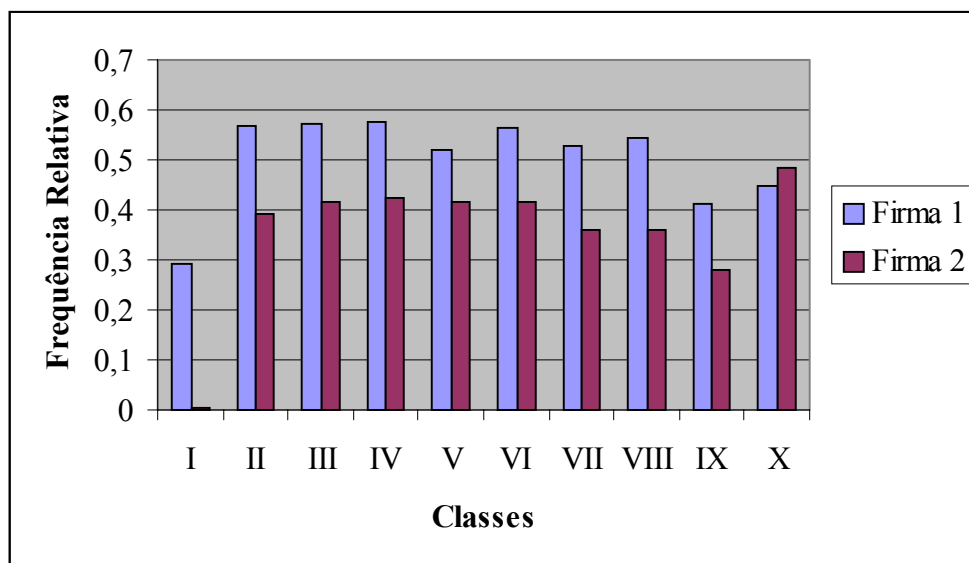


Gráfico 7.43 Sucesso nas vendas por classe de consumidores – fase III / jogo 4

A tabela 7.65 mostra o *payoff* acumulado das firmas para o jogo 4. As tabelas 7.66 e 7.67 mostram as frequências com que os jogadores utilizam suas estratégias neste jogo. A firma 1 recebe a cada iteração um *payoff* esperado de 0,59 ao passo que a firma 2 recebe um *payoff* esperado de 0,64.

Firma 1	Firma 2
6341,67	7080,04

Tabela 7.65 *Payoff* acumulado das firmas – fase III / jogo 4

	Firma 1	Firma 2
<i>Hawk</i>	0,166	0,834
<i>Dove</i>	0,834	0,166

Tabela 7.66 Frequência das estratégias das firmas – fase III / jogo 4

Consumidor			
<i>Hawk</i>		<i>Dove</i>	
Firma 1	Firma 2	Firma 1	Firma 2
0,472	0,635	0,528	0,365

Tabela 7.67 Frequência das estratégias dos consumidores– fase III / jogo 4

Os gráficos 7.44 e 7.45 mostram respectivamente a evolução da FRSV e a evolução do *payoff* acumulado das firmas no decorrer da execução do programa.

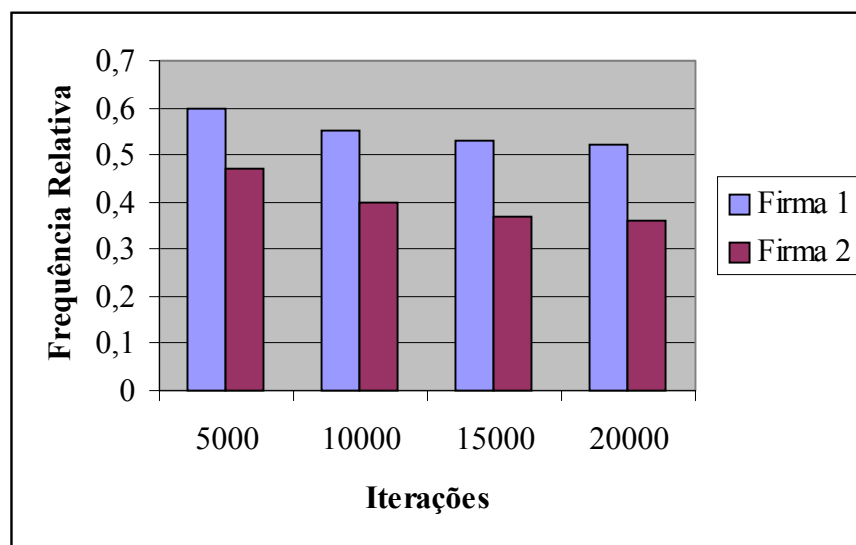


Gráfico 7.44 Sucesso nas vendas das firmas – fase III / jogo 4



Gráfico 7.45 *Payoff* acumulado – fase III / jogo 4

Os gráficos 7.46 e 7.47 ilustram o desempenho das firmas respectivamente em *payoffs* acumulados e FRSV para os quatro jogos da fase III. Observa-se no gráfico 7.46 que a partir do jogo 3 a firma 2 apresenta um desempenho melhor que a firma 1. Este resultado mostra que não é conveniente para a firma 1 baixar os preços em demasia.

Os resultados apresentados no gráfico 7.47 mostram o quanto as alterações de preços influenciam o sucesso nas vendas das firmas. A firma 1 obteve maior sucesso nas vendas em todos os jogos da fase III. Conclui-se que as estratégias de preços adotadas pela firma 1 refletem diretamente na metodologia de vendas da firma 2.

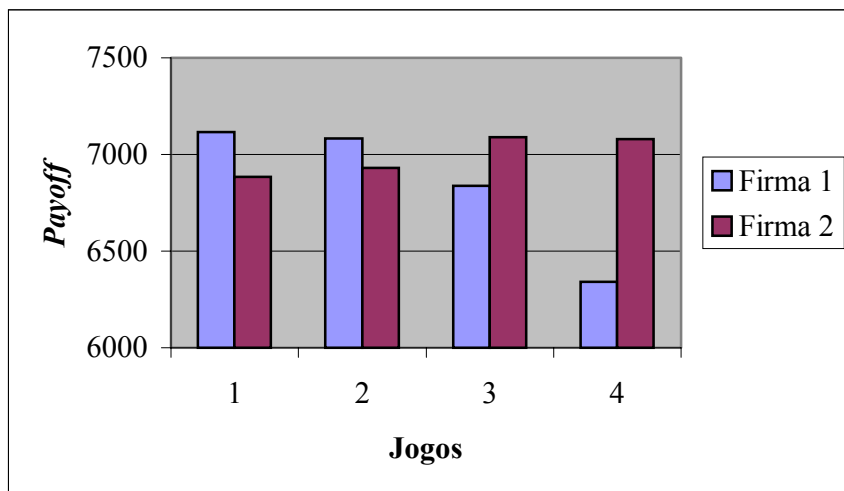


Gráfico 7.46 *Payoff* acumulado – fase III

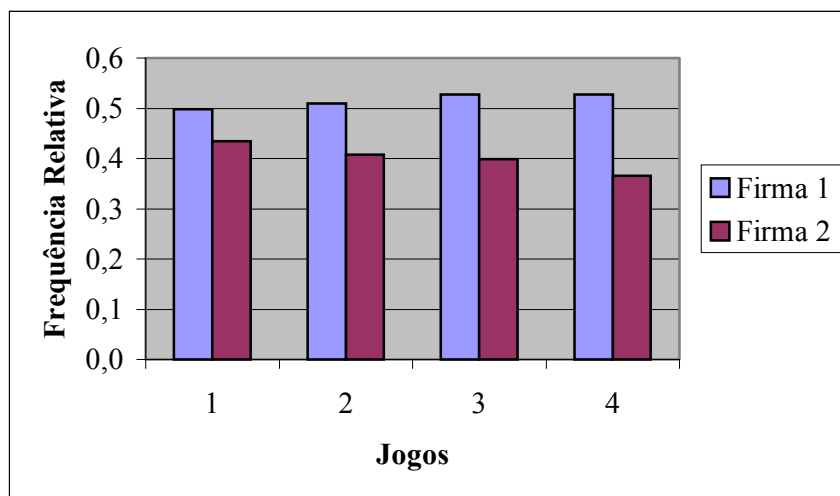


Gráfico 7.47 Sucesso nas vendas das firmas – fase III

O gráfico 7.48 mostra os lucros das empresas em salários mínimos para cada um dos jogos da fase III.

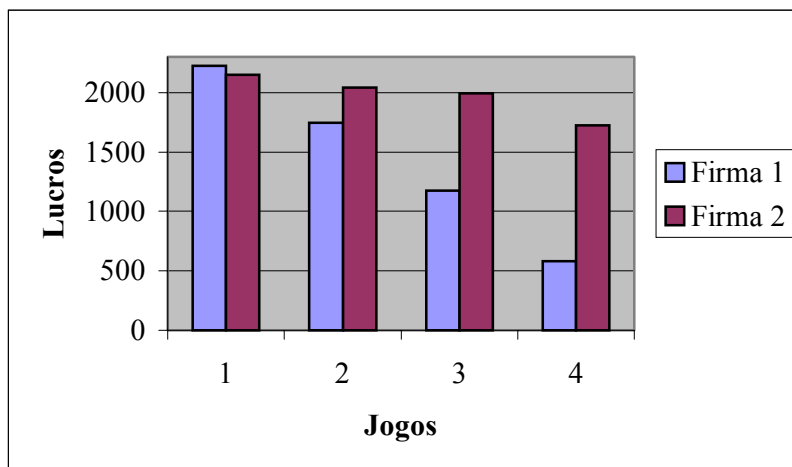


Gráfico 7.48 Lucro das firmas – fase III

Verifica-se no gráfico 7.48 que a firma 2 ao adotar a estratégia que propicia uma margem de lucro de 100% não garante melhores resultados que a estratégia adotada pela firma 1 com margem de lucro de 80%. Nota-se que na medida em que a firma 1 diminui os preços ambas as firmas reduzem os lucros. Este fato mostra que a escolha da estratégia da firma 1 dependerá da escolha da estratégia da firma 2 e vice-versa. O melhor para as firmas é manter os preços do jogo 1; se escolherem outras ações estarão sujeitas a queda nos lucros.

### Conclusões da Simulação Computacional

- Algumas características observadas empiricamente no mercado varejista foram corroboradas nas simulações do *One-Sided Hawk-Dove Game*. Nas reações a mudanças de preços e de renda, os consumidores se comportam de maneira bastante previsível, na qual se pode confiar moderadamente. Invariavelmente eles obedecem a seguinte lei social: comprem menos de um certo produto quando seus preços sobem e comprem mais quando seus preços descem. Suas propensões à compra são uma função estável de preços e de renda.
- os consumidores com alto poder aquisitivo mostraram-se insensíveis a variações de preços nas três fases da simulação. Por outro lado os consumidores de baixa renda apresentaram-se sensíveis a essas variações.

- nas fases I e III da simulação conclui-se que as empresas tem o melhor retorno conjunto com margens de lucro de 100% e 80%. Os resultados mostram que uma pequena alteração na estratégia de preços de uma empresa pode significar a redução dos lucros para ambas. Conclui-se que adotar uma plano de ação em que o retorno por unidade vendida é maior, não significa necessariamente que os lucros sejam maiores. Em um mercado competitivo o importante é estar atento às estratégias adotadas pelos concorrentes.
- na fase II observa-se que a firma 1 ao fixar sua margem de lucros em 11% tenta atrair o maior número de consumidores que a firma 2 e lucrar mais no volume das vendas. Compreende-se que a firma 1 adotou uma margem de lucros baixa e consequentemente sua lucratividade foi pequena. Por outro lado a firma 2 apesar da redução nas vendas obteve um desempenho melhor em todos os jogos da fase II.
- pode-se citar como vantagens no uso de técnicas de simulação e teoria dos jogos nos estudos mercadológicos:
  - a. simplicidade do modelo que representa as interações entre os indivíduos da população;
  - b. capacidade de executar um grande número de iterações;
  - c. economia de recursos:
    - c1. tempo (permite a observação de alternativas simuladas a longo prazo, por longos períodos de tempo. O processamento é realizado em milisegundos);
    - c2. financeiros (não há necessidade de contratação de pessoal para realização de uma pesquisa de campo);
  - d. facilidade na alteração dos parâmetros do jogo;
  - e. precisão nos resultados;
  - f. observa-se a estocasticidade do sistema, não verificado quando os mesmos são representados por modelos determinísticos.

## 8 CONCLUSÕES

*“The idea behind digital computers may be explained by saying that these machines are intended to carry out any operations which could be done by a human computer.”*

*A. M. Turing, Computing Machinery and Intelligence  
Section 4: Digital Computers*

### 8.1 Sumário da Dissertação

A grande maioria dos estudos e aplicações do jogo *Hawk-Dove* envolve a matriz de ganhos simétrica tradicional aplicada em estudos do comportamento animal, genética populacional e biologia evolucionária. Nesta dissertação o jogo *Hawk-Dove* foi explorado com novas alternativas e abordagens, basicamente:

- admite gradações nas estratégias entre os pontos extremos *Hawk* e *Dove*;
- emprega o *one-sided Hawk-Dove* para modelar o mercado varejista
- introduz o uso de uma variabilidade estatística no *payoff* da matriz de ganhos do jogo *Hawk-Dove*.

Os capítulos 1 ao 6 contém a introdução e uma revisão dos aspectos teóricos fundamentais da instituição varejista, teoria dos jogos, inteligência artificial e o método indutivo. O capítulo 7 contém um modelo exploratório do paradigma *Hawk-Dove* e uma aplicação prática utilizando a versão *one-sided* do jogo, apresenta-se os resultados e as conclusões da simulação.

Uma parcela importante deste trabalho diz respeito à criação de um programa computacional especialmente escrito em Pascal para rodar as simulações do modelo apresentado no capítulo 7.

## 8.2 Principais Contribuições do Trabalho

As contribuições científicas apresentadas por esta dissertação podem ser resumidas pelos seguintes tópicos:

- adaptação da matriz de ganhos padrão do jogo *Hawk-Dove* para a versão assimétrica denominada *One-Sided Hawk-Dove Game*;
- utilização de uma variabilidade estatística na atualização do *fitness* dos jogadores;
- desenvolvimento de uma ferramenta de análise com uma aplicação prática e atual do jogo *Hawk-Dove*.

## 8.3 Limitações do Trabalho e Sugestões para Desenvolvimentos Futuros

### a. Escolha das variáveis

Selecionar variáveis que possam realisticamente imitar o comportamento humano racional representado por ações e percepções pessoais em um jogo *Hawk-Dove*, é uma tarefa desafiadora. O problema está intimamente correlacionado em encontrar uma estrutura eficiente para representar preferências, racionalidade e utilidade. Novas possibilidades de pesquisa estão abertas neste campo e como sugestão o seguinte conjunto de variáveis poderão ser utilizadas:

- maior número de firmas;
- investimentos com propaganda;
- ofertas e promoções;
- localização das firmas (custo para os consumidores em “visitar” uma nova firma);
- qualidade dos produtos;
- estoques.

### b. Estabelecimento das estruturas gerais do modelo

Outras técnicas e arquiteturas poderão ser empregadas. Por exemplo, técnicas de algoritmos genéticos, redes neurais, programação evolucionária e sistemas especialistas difusos investigados e discutidos no capítulo 5.

#### 8.4 Resultados Alcançados

O desenvolvimento do presente trabalho possibilitou alcançar resultados positivos, entre os quais destacam-se:

- a aplicabilidade da teoria dos jogos nos constantes conflitos de interesses que permeiam dentro da sociedade. No presente trabalho utilizou-se o jogo *Hawk-Dove*;
- aplicação de técnicas de simulação com o emprego e uso do computador. Nas simulações realizadas tornou-se importante o uso de equações matemáticas simples apresentando bons resultados;
- acrescenta-se ao exposto a utilização de métodos estatísticos que possibilitou a obtenção e a organização dos resultados;
- a revisão da literatura, com destaque para os principais autores das áreas abordadas, com embasamento teórico necessário para o desenvolvimento da dissertação;
- a experiência obtida com o tratamento das simulações realizadas.

#### 8.5 Considerações Finais

Uma das preocupações do autor foi exibir aos pesquisadores a importância dos modelos computacionais na investigação dos conflitos sociais. Considera-se que o método proposto foi planejado como uma **ferramenta de análise**. Consequentemente, os parâmetros do modelo, bem como os dados empregados nas simulações, não procederam de observações empíricas, mas foram judiciosamente selecionados para imitar o mundo real. Como consequência, o ajuste do modelo permanece como uma sugestão de melhoria.



## MATERIAL DE REFERÊNCIA

### APÊNDICE A

No Apêndice A apresenta-se as rendas normalizadas dos consumidores utilizadas no programa computacional desenvolvido para as simulações do *One-Sided Hawk-Dove Game*.

Ordem	Classe	Valor Beta	Salários Mínimos	Renda (R\$)
1	1	0.00024	0.012	2.88
2	1	0.00048	0.024	5.74
3	1	0.00072	0.036	8.59
4	1	0.00095	0.048	11.45
5	1	0.00119	0.060	14.31
6	1	0.00143	0.072	17.17
7	1	0.00167	0.083	20.02
8	1	0.00191	0.095	22.88
9	1	0.00214	0.107	25.74
10	1	0.00238	0.119	28.59
11	1	0.00262	0.131	31.45
12	1	0.00286	0.143	34.31
13	1	0.00310	0.155	37.17
14	1	0.00334	0.167	40.02
15	1	0.00357	0.179	42.88
16	1	0.00381	0.191	45.74
17	1	0.00405	0.202	48.59
18	1	0.00429	0.214	51.45
19	1	0.00453	0.226	54.31
20	1	0.00476	0.238	57.17
21	1	0.00500	0.250	60.02
22	1	0.00524	0.262	62.88
23	1	0.00548	0.274	65.74
24	1	0.00572	0.286	68.59
25	1	0.00595	0.298	71.45
26	1	0.00619	0.310	74.31
27	1	0.00643	0.322	77.17
28	1	0.00667	0.333	80.02
29	1	0.00691	0.345	82.88
30	1	0.00714	0.357	85.74
31	1	0.00738	0.369	88.59
32	1	0.00762	0.381	91.45
33	1	0.00786	0.393	94.31
34	1	0.00810	0.405	97.17
35	1	0.00834	0.417	100.02
36	1	0.00857	0.429	102.88
37	1	0.00881	0.441	105.74
38	1	0.00905	0.452	108.59
39	1	0.00929	0.464	111.45
40	1	0.00953	0.476	114.31
41	1	0.00976	0.488	117.17
42	1	0.01000	0.500	120.02
43	1	0.01024	0.512	122.88
44	1	0.01048	0.524	125.74
45	1	0.01072	0.536	128.59
46	1	0.01095	0.548	131.45
47	1	0.01119	0.560	134.31
48	1	0.01143	0.572	137.17
49	1	0.01167	0.583	140.02
50	1	0.01191	0.595	142.88
51	1	0.01214	0.607	145.74
52	1	0.01238	0.619	148.59
53	1	0.01262	0.631	151.45
54	1	0.01286	0.643	154.31
55	1	0.01310	0.655	157.17
56	1	0.01334	0.667	160.02
57	1	0.01357	0.679	162.88

58	1	0.01381	0.691	165.74
59	1	0.01405	0.702	168.59
60	1	0.01429	0.714	171.45
61	1	0.01453	0.726	174.31
62	1	0.01476	0.738	177.17
63	1	0.01500	0.750	180.02
64	1	0.01524	0.762	182.88
65	1	0.01548	0.774	185.74
66	1	0.01572	0.786	188.59
67	1	0.01595	0.798	191.45
68	1	0.01619	0.810	194.31
69	1	0.01643	0.822	197.17
70	1	0.01667	0.833	200.02
71	1	0.01691	0.845	202.88
72	1	0.01714	0.857	205.74
73	1	0.01738	0.869	208.59
74	1	0.01762	0.881	211.45
75	1	0.01786	0.893	214.31
76	1	0.01810	0.905	217.17
77	1	0.01834	0.917	220.02
78	1	0.01857	0.929	222.88
79	1	0.01881	0.941	225.74
80	1	0.01905	0.952	228.59
81	1	0.01929	0.964	231.45
82	1	0.01953	0.976	234.31
83	1	0.01976	0.988	237.17
84	1	0.02000	1.000	240.02
85	2	0.02022	1.011	242.65
86	2	0.02044	1.022	245.28
87	2	0.02066	1.033	247.91
88	2	0.02088	1.044	250.53
89	2	0.02110	1.055	253.16
90	2	0.02132	1.066	255.79
91	2	0.02153	1.077	258.42
92	2	0.02175	1.088	261.04
93	2	0.02197	1.099	263.67
94	2	0.02219	1.110	266.30
95	2	0.02241	1.121	268.93
96	2	0.02263	1.131	271.56
97	2	0.02285	1.142	274.18
98	2	0.02307	1.153	276.81
99	2	0.02329	1.164	279.44
100	2	0.02351	1.175	282.07
101	2	0.02372	1.186	284.69
102	2	0.02394	1.197	287.32
103	2	0.02416	1.208	289.95
104	2	0.02438	1.219	292.58
105	2	0.02460	1.230	295.21
106	2	0.02482	1.241	297.83
107	2	0.02504	1.252	300.46
108	2	0.02526	1.263	303.09
109	2	0.02548	1.274	305.72
110	2	0.02570	1.285	308.34
111	2	0.02591	1.296	310.97
112	2	0.02613	1.307	313.60
113	2	0.02635	1.318	316.23
114	2	0.02657	1.329	318.85
115	2	0.02679	1.340	321.48
116	2	0.02701	1.350	324.11
117	2	0.02723	1.361	326.74
118	2	0.02745	1.372	329.37
119	2	0.02767	1.383	331.99
120	2	0.02789	1.394	334.62
121	2	0.02810	1.405	337.25
122	2	0.02832	1.416	339.88
123	2	0.02854	1.427	342.50
124	2	0.02876	1.438	345.13
125	2	0.02898	1.449	347.76
126	2	0.02920	1.460	350.39
127	2	0.02942	1.471	353.02
128	2	0.02964	1.482	355.64
129	2	0.02986	1.493	358.27
130	2	0.03007	1.504	360.90
131	2	0.03029	1.515	363.53
132	2	0.03051	1.526	366.15
133	2	0.03073	1.537	368.78
134	2	0.03095	1.548	371.41
135	2	0.03117	1.558	374.04
136	2	0.03139	1.569	376.66
137	2	0.03161	1.580	379.29
138	2	0.03183	1.591	381.92

139	2	0.03205	1.602	384.55
140	2	0.03226	1.613	387.18
141	2	0.03248	1.624	389.80
142	2	0.03270	1.635	392.43
143	2	0.03292	1.646	395.06
144	2	0.03314	1.657	397.69
145	2	0.03336	1.668	400.31
146	2	0.03358	1.679	402.94
147	2	0.03380	1.690	405.57
148	2	0.03402	1.701	408.20
149	2	0.03424	1.712	410.83
150	2	0.03445	1.723	413.45
151	2	0.03467	1.734	416.08
152	2	0.03489	1.745	418.71
153	2	0.03511	1.756	421.34
154	2	0.03533	1.767	423.96
155	2	0.03555	1.777	426.59
156	2	0.03577	1.788	429.22
157	2	0.03599	1.799	431.85
158	2	0.03621	1.810	434.48
159	2	0.03643	1.821	437.10
160	2	0.03664	1.832	439.73
161	2	0.03686	1.843	442.36
162	2	0.03708	1.854	444.99
163	2	0.03730	1.865	447.61
164	2	0.03752	1.876	450.24
165	2	0.03774	1.887	452.87
166	2	0.03796	1.898	455.50
167	2	0.03818	1.909	458.12
168	2	0.03840	1.920	460.75
169	2	0.03862	1.931	463.38
170	2	0.03883	1.942	466.01
171	2	0.03905	1.953	468.64
172	2	0.03927	1.964	471.26
173	2	0.03949	1.975	473.89
174	2	0.03971	1.985	476.52
175	2	0.03993	1.996	479.15
176	2	0.04015	2.007	481.77
177	2	0.04037	2.018	484.40
178	2	0.04059	2.029	487.03
179	2	0.04080	2.040	489.66
180	2	0.04102	2.051	492.29
181	2	0.04124	2.062	494.91
182	2	0.04146	2.073	497.54
183	2	0.04168	2.084	500.17
184	2	0.04190	2.095	502.80
185	2	0.04212	2.106	505.42
186	2	0.04234	2.117	508.05
187	2	0.04256	2.128	510.68
188	2	0.04278	2.139	513.31
189	2	0.04299	2.150	515.93
190	2	0.04321	2.161	518.56
191	2	0.04343	2.172	521.19
192	2	0.04365	2.183	523.82
193	2	0.04387	2.194	526.45
194	2	0.04409	2.204	529.07
195	2	0.04431	2.215	531.70
196	2	0.04453	2.226	534.33
197	2	0.04475	2.237	536.96
198	2	0.04497	2.248	539.58
199	2	0.04518	2.259	542.21
200	2	0.04540	2.270	544.84
201	2	0.04562	2.281	547.47
202	2	0.04584	2.292	550.10
203	2	0.04606	2.303	552.72
204	2	0.04628	2.314	555.35
205	2	0.04650	2.325	557.98
206	2	0.04672	2.336	560.61
207	2	0.04694	2.347	563.23
208	2	0.04716	2.358	565.86
209	2	0.04737	2.369	568.49
210	2	0.04759	2.380	571.12
211	2	0.04781	2.391	573.75
212	2	0.04803	2.402	576.37
213	2	0.04825	2.413	579.00
214	2	0.04847	2.423	581.63
215	2	0.04869	2.434	584.26
216	2	0.04891	2.445	586.88
217	2	0.04913	2.456	589.51
218	2	0.04934	2.467	592.14
219	2	0.04956	2.478	594.77

220	2	0.04978	2.489	597.39
221	2	0.05000	2.500	600.02
222	3	0.05032	2.516	603.87
223	3	0.05064	2.532	607.71
224	3	0.05096	2.548	611.56
225	3	0.05128	2.564	615.41
226	3	0.05160	2.580	619.25
227	3	0.05192	2.596	623.10
228	3	0.05225	2.612	626.95
229	3	0.05257	2.628	630.79
230	3	0.05289	2.644	634.64
231	3	0.05321	2.660	638.48
232	3	0.05353	2.676	642.33
233	3	0.05385	2.692	646.18
234	3	0.05417	2.708	650.02
235	3	0.05449	2.724	653.87
236	3	0.05481	2.740	657.71
237	3	0.05513	2.757	661.56
238	3	0.05545	2.773	665.41
239	3	0.05577	2.789	669.25
240	3	0.05609	2.805	673.10
241	3	0.05641	2.821	676.95
242	3	0.05673	2.837	680.79
243	3	0.05705	2.853	684.64
244	3	0.05737	2.869	688.48
245	3	0.05769	2.885	692.33
246	3	0.05801	2.901	696.18
247	3	0.05834	2.917	700.02
248	3	0.05866	2.933	703.87
249	3	0.05898	2.949	707.71
250	3	0.05930	2.965	711.56
251	3	0.05962	2.981	715.41
252	3	0.05994	2.997	719.25
253	3	0.06026	3.013	723.10
254	3	0.06058	3.029	726.95
255	3	0.06090	3.045	730.79
256	3	0.06122	3.061	734.64
257	3	0.06154	3.077	738.48
258	3	0.06186	3.093	742.33
259	3	0.06218	3.109	746.18
260	3	0.06250	3.125	750.02
261	3	0.06282	3.141	753.87
262	3	0.06314	3.157	757.71
263	3	0.06346	3.173	761.56
264	3	0.06378	3.189	765.41
265	3	0.06410	3.205	769.25
266	3	0.06442	3.221	773.10
267	3	0.06475	3.237	776.95
268	3	0.06507	3.253	780.79
269	3	0.06539	3.269	784.64
270	3	0.06571	3.285	788.48
271	3	0.06603	3.301	792.33
272	3	0.06635	3.317	796.18
273	3	0.06667	3.333	800.02
274	3	0.06699	3.349	803.87
275	3	0.06731	3.365	807.71
276	3	0.06763	3.382	811.56
277	3	0.06795	3.398	815.41
278	3	0.06827	3.414	819.25
279	3	0.06859	3.430	823.10
280	3	0.06891	3.446	826.94
281	3	0.06923	3.462	830.79
282	3	0.06955	3.478	834.64
283	3	0.06987	3.494	838.48
284	3	0.07019	3.510	842.33
285	3	0.07051	3.526	846.18
286	3	0.07084	3.542	850.02
287	3	0.07116	3.558	853.87
288	3	0.07148	3.574	857.71
289	3	0.07180	3.590	861.56
290	3	0.07212	3.606	865.41
291	3	0.07244	3.622	869.25
292	3	0.07276	3.638	873.10
293	3	0.07308	3.654	876.94
294	3	0.07340	3.670	880.79
295	3	0.07372	3.686	884.64
296	3	0.07404	3.702	888.48
297	3	0.07436	3.718	892.33
298	3	0.07468	3.734	896.18
299	3	0.07500	3.750	900.02
300	3	0.07532	3.766	903.87

301	3	0.07564	3.782	907.71
302	3	0.07596	3.798	911.56
303	3	0.07628	3.814	915.41
304	3	0.07660	3.830	919.25
305	3	0.07692	3.846	923.10
306	3	0.07725	3.862	926.94
307	3	0.07757	3.878	930.79
308	3	0.07789	3.894	934.64
309	3	0.07821	3.910	938.48
310	3	0.07853	3.926	942.33
311	3	0.07885	3.942	946.18
312	3	0.07917	3.958	950.02
313	3	0.07949	3.974	953.87
314	3	0.07981	3.990	957.71
315	3	0.08013	4.006	961.56
316	3	0.08045	4.023	965.41
317	3	0.08077	4.039	969.25
318	3	0.08109	4.055	973.10
319	3	0.08141	4.071	976.94
320	3	0.08173	4.087	980.79
321	3	0.08205	4.103	984.64
322	3	0.08237	4.119	988.48
323	3	0.08269	4.135	992.33
324	3	0.08301	4.151	996.18
325	3	0.08334	4.167	1.000.02
326	3	0.08366	4.183	1.003.87
327	3	0.08398	4.199	1.007.71
328	3	0.08430	4.215	1.011.56
329	3	0.08462	4.231	1.015.41
330	3	0.08494	4.247	1.019.25
331	3	0.08526	4.263	1.023.10
332	3	0.08558	4.279	1.026.94
333	3	0.08590	4.295	1.030.79
334	3	0.08622	4.311	1.034.64
335	3	0.08654	4.327	1.038.48
336	3	0.08686	4.343	1.042.33
337	3	0.08718	4.359	1.046.18
338	3	0.08750	4.375	1.050.02
339	3	0.08782	4.391	1.053.87
340	3	0.08814	4.407	1.057.71
341	3	0.08846	4.423	1.061.56
342	3	0.08878	4.439	1.065.41
343	3	0.08910	4.455	1.069.25
344	3	0.08942	4.471	1.073.10
345	3	0.08975	4.487	1.076.94
346	3	0.09007	4.503	1.080.79
347	3	0.09039	4.519	1.084.64
348	3	0.09071	4.535	1.088.48
349	3	0.09103	4.551	1.092.33
350	3	0.09135	4.567	1.096.18
351	3	0.09167	4.583	1.100.02
352	3	0.09199	4.599	1.103.87
353	3	0.09231	4.615	1.107.71
354	3	0.09263	4.631	1.111.56
355	3	0.09295	4.648	1.115.41
356	3	0.09327	4.664	1.119.25
357	3	0.09359	4.680	1.123.10
358	3	0.09391	4.696	1.126.94
359	3	0.09423	4.712	1.130.79
360	3	0.09455	4.728	1.134.64
361	3	0.09487	4.744	1.138.48
362	3	0.09519	4.760	1.142.33
363	3	0.09551	4.776	1.146.17
364	3	0.09584	4.792	1.150.02
365	3	0.09616	4.808	1.153.87
366	3	0.09648	4.824	1.157.71
367	3	0.09680	4.840	1.161.56
368	3	0.09712	4.856	1.165.41
369	3	0.09744	4.872	1.169.25
370	3	0.09776	4.888	1.173.10
371	3	0.09808	4.904	1.176.94
372	3	0.09840	4.920	1.180.79
373	3	0.09872	4.936	1.184.64
374	3	0.09904	4.952	1.188.48
375	3	0.09936	4.968	1.192.33
376	3	0.09968	4.984	1.196.17
377	3	0.10000	5.000	1.200.02
378	4	0.10038	5.019	1.204.58
379	4	0.10076	5.038	1.209.13
380	4	0.10114	5.057	1.213.69
381	4	0.10152	5.076	1.218.25

382	4	0.10190	5.095	1.222.81
383	4	0.10228	5.114	1.227.36
384	4	0.10266	5.133	1.231.92
385	4	0.10304	5.152	1.236.48
386	4	0.10342	5.171	1.241.03
387	4	0.10380	5.190	1.245.59
388	4	0.10418	5.209	1.250.15
389	4	0.10456	5.228	1.254.70
390	4	0.10494	5.247	1.259.26
391	4	0.10532	5.266	1.263.82
392	4	0.10570	5.285	1.268.38
393	4	0.10608	5.304	1.272.93
394	4	0.10646	5.323	1.277.49
395	4	0.10684	5.342	1.282.05
396	4	0.10722	5.361	1.286.60
397	4	0.10760	5.380	1.291.16
398	4	0.10798	5.399	1.295.72
399	4	0.10836	5.418	1.300.27
400	4	0.10874	5.437	1.304.83
401	4	0.10912	5.456	1.309.39
402	4	0.10950	5.475	1.313.94
403	4	0.10988	5.494	1.318.50
404	4	0.11025	5.513	1.323.06
405	4	0.11063	5.532	1.327.62
406	4	0.11101	5.551	1.332.17
407	4	0.11139	5.570	1.336.73
408	4	0.11177	5.589	1.341.29
409	4	0.11215	5.608	1.345.84
410	4	0.11253	5.627	1.350.40
411	4	0.11291	5.646	1.354.96
412	4	0.11329	5.665	1.359.51
413	4	0.11367	5.684	1.364.07
414	4	0.11405	5.703	1.368.63
415	4	0.11443	5.722	1.373.19
416	4	0.11481	5.741	1.377.74
417	4	0.11519	5.760	1.382.30
418	4	0.11557	5.779	1.386.86
419	4	0.11595	5.798	1.391.41
420	4	0.11633	5.817	1.395.97
421	4	0.11671	5.836	1.400.53
422	4	0.11709	5.855	1.405.08
423	4	0.11747	5.874	1.409.64
424	4	0.11785	5.892	1.414.20
425	4	0.11823	5.911	1.418.75
426	4	0.11861	5.930	1.423.31
427	4	0.11899	5.949	1.427.87
428	4	0.11937	5.968	1.432.43
429	4	0.11975	5.987	1.436.98
430	4	0.12013	6.006	1.441.54
431	4	0.12051	6.025	1.446.10
432	4	0.12089	6.044	1.450.65
433	4	0.12127	6.063	1.455.21
434	4	0.12165	6.082	1.459.77
435	4	0.12203	6.101	1.464.32
436	4	0.12241	6.120	1.468.88
437	4	0.12279	6.139	1.473.44
438	4	0.12317	6.158	1.477.99
439	4	0.12355	6.177	1.482.55
440	4	0.12393	6.196	1.487.11
441	4	0.12431	6.215	1.491.67
442	4	0.12469	6.234	1.496.22
443	4	0.12506	6.253	1.500.78
444	4	0.12544	6.272	1.505.34
445	4	0.12582	6.291	1.509.89
446	4	0.12620	6.310	1.514.45
447	4	0.12658	6.329	1.519.01
448	4	0.12696	6.348	1.523.56
449	4	0.12734	6.367	1.528.12
450	4	0.12772	6.386	1.532.68
451	4	0.12810	6.405	1.537.24
452	4	0.12848	6.424	1.541.79
453	4	0.12886	6.443	1.546.35
454	4	0.12924	6.462	1.550.91
455	4	0.12962	6.481	1.555.46
456	4	0.13000	6.500	1.560.02
457	4	0.13038	6.519	1.564.58
458	4	0.13076	6.538	1.569.13
459	4	0.13114	6.557	1.573.69
460	4	0.13152	6.576	1.578.25
461	4	0.13190	6.595	1.582.80
462	4	0.13228	6.614	1.587.36

463	4	0.13266	6.633	1.591.92
464	4	0.13304	6.652	1.596.48
465	4	0.13342	6.671	1.601.03
466	4	0.13380	6.690	1.605.59
467	4	0.13418	6.709	1.610.15
468	4	0.13456	6.728	1.614.70
469	4	0.13494	6.747	1.619.26
470	4	0.13532	6.766	1.623.82
471	4	0.13570	6.785	1.628.37
472	4	0.13608	6.804	1.632.93
473	4	0.13646	6.823	1.637.49
474	4	0.13684	6.842	1.642.05
475	4	0.13722	6.861	1.646.60
476	4	0.13760	6.880	1.651.16
477	4	0.13798	6.899	1.655.72
478	4	0.13836	6.918	1.660.27
479	4	0.13874	6.937	1.664.83
480	4	0.13912	6.956	1.669.39
481	4	0.13950	6.975	1.673.94
482	4	0.13988	6.994	1.678.50
483	4	0.14025	7.013	1.683.06
484	4	0.14063	7.032	1.687.61
485	4	0.14101	7.051	1.692.17
486	4	0.14139	7.070	1.696.73
487	4	0.14177	7.089	1.701.29
488	4	0.14215	7.108	1.705.84
489	4	0.14253	7.127	1.710.40
490	4	0.14291	7.146	1.714.96
491	4	0.14329	7.165	1.719.51
492	4	0.14367	7.184	1.724.07
493	4	0.14405	7.203	1.728.63
494	4	0.14443	7.222	1.733.18
495	4	0.14481	7.241	1.737.74
496	4	0.14519	7.260	1.742.30
497	4	0.14557	7.279	1.746.86
498	4	0.14595	7.298	1.751.41
499	4	0.14633	7.317	1.755.97
500	4	0.14671	7.336	1.760.53
501	4	0.14709	7.355	1.765.08
502	4	0.14747	7.373	1.769.64
503	4	0.14785	7.392	1.774.20
504	4	0.14823	7.411	1.778.75
505	4	0.14861	7.430	1.783.31
506	4	0.14899	7.449	1.787.87
507	4	0.14937	7.468	1.792.42
508	4	0.14975	7.487	1.796.98
509	4	0.15013	7.506	1.801.54
510	4	0.15051	7.525	1.806.10
511	4	0.15089	7.544	1.810.65
512	4	0.15127	7.563	1.815.21
513	4	0.15165	7.582	1.819.77
514	4	0.15203	7.601	1.824.32
515	4	0.15241	7.620	1.828.88
516	4	0.15279	7.639	1.833.44
517	4	0.15317	7.658	1.837.99
518	4	0.15355	7.677	1.842.55
519	4	0.15393	7.696	1.847.11
520	4	0.15431	7.715	1.851.67
521	4	0.15469	7.734	1.856.22
522	4	0.15506	7.753	1.860.78
523	4	0.15544	7.772	1.865.34
524	4	0.15582	7.791	1.869.89
525	4	0.15620	7.810	1.874.45
526	4	0.15658	7.829	1.879.01
527	4	0.15696	7.848	1.883.56
528	4	0.15734	7.867	1.888.12
529	4	0.15772	7.886	1.892.68
530	4	0.15810	7.905	1.897.23
531	4	0.15848	7.924	1.901.79
532	4	0.15886	7.943	1.906.35
533	4	0.15924	7.962	1.910.91
534	4	0.15962	7.981	1.915.46
535	4	0.16000	8.000	1.920.02
536	5	0.16056	8.028	1.926.69
537	5	0.16111	8.056	1.933.35
538	5	0.16167	8.083	1.940.02
539	5	0.16222	8.111	1.946.69
540	5	0.16278	8.139	1.953.35
541	5	0.16333	8.167	1.960.02
542	5	0.16389	8.195	1.966.69
543	5	0.16445	8.222	1.973.35

544	5	0.16500	8.250	1.980.02
545	5	0.16556	8.278	1.986.69
546	5	0.16611	8.306	1.993.35
547	5	0.16667	8.333	2.000.02
548	5	0.16722	8.361	2.006.69
549	5	0.16778	8.389	2.013.35
550	5	0.16833	8.417	2.020.02
551	5	0.16889	8.445	2.026.69
552	5	0.16945	8.472	2.033.35
553	5	0.17000	8.500	2.040.02
554	5	0.17056	8.528	2.046.69
555	5	0.17111	8.556	2.053.35
556	5	0.17167	8.583	2.060.02
557	5	0.17222	8.611	2.066.69
558	5	0.17278	8.639	2.073.35
559	5	0.17333	8.667	2.080.02
560	5	0.17389	8.695	2.086.69
561	5	0.17445	8.722	2.093.35
562	5	0.17500	8.750	2.100.02
563	5	0.17556	8.778	2.106.69
564	5	0.17611	8.806	2.113.35
565	5	0.17667	8.833	2.120.02
566	5	0.17722	8.861	2.126.69
567	5	0.17778	8.889	2.133.35
568	5	0.17833	8.917	2.140.02
569	5	0.17889	8.945	2.146.69
570	5	0.17945	8.972	2.153.35
571	5	0.18000	9.000	2.160.02
572	5	0.18056	9.028	2.166.69
573	5	0.18111	9.056	2.173.35
574	5	0.18167	9.083	2.180.02
575	5	0.18222	9.111	2.186.69
576	5	0.18278	9.139	2.193.35
577	5	0.18333	9.167	2.200.02
578	5	0.18389	9.195	2.206.69
579	5	0.18445	9.222	2.213.35
580	5	0.18500	9.250	2.220.02
581	5	0.18556	9.278	2.226.69
582	5	0.18611	9.306	2.233.35
583	5	0.18667	9.333	2.240.02
584	5	0.18722	9.361	2.246.69
585	5	0.18778	9.389	2.253.35
586	5	0.18833	9.417	2.260.02
587	5	0.18889	9.445	2.266.69
588	5	0.18945	9.472	2.273.35
589	5	0.19000	9.500	2.280.02
590	5	0.19056	9.528	2.286.69
591	5	0.19111	9.556	2.293.35
592	5	0.19167	9.583	2.300.02
593	5	0.19222	9.611	2.306.69
594	5	0.19278	9.639	2.313.35
595	5	0.19333	9.667	2.320.02
596	5	0.19389	9.695	2.326.69
597	5	0.19445	9.722	2.333.35
598	5	0.19500	9.750	2.340.02
599	5	0.19556	9.778	2.346.69
600	5	0.19611	9.806	2.353.35
601	5	0.19667	9.833	2.360.02
602	5	0.19722	9.861	2.366.69
603	5	0.19778	9.889	2.373.35
604	5	0.19833	9.917	2.380.02
605	5	0.19889	9.945	2.386.69
606	5	0.19945	9.972	2.393.35
607	5	0.20000	10.000	2.400.02
608	5	0.20056	10.028	2.406.69
609	5	0.20111	10.056	2.413.35
610	5	0.20167	10.083	2.420.02
611	5	0.20222	10.111	2.426.69
612	5	0.20278	10.139	2.433.35
613	5	0.20333	10.167	2.440.02
614	5	0.20389	10.195	2.446.69
615	5	0.20445	10.222	2.453.35
616	5	0.20500	10.250	2.460.02
617	5	0.20556	10.278	2.466.69
618	5	0.20611	10.306	2.473.35
619	5	0.20667	10.333	2.480.02
620	5	0.20722	10.361	2.486.69
621	5	0.20778	10.389	2.493.35
622	5	0.20833	10.417	2.500.02
623	5	0.20889	10.445	2.506.69
624	5	0.20945	10.472	2.513.35



625	5	0.21000	10.500	2.520.02
626	5	0.21056	10.528	2.526.69
627	5	0.21111	10.556	2.533.35
628	5	0.21167	10.583	2.540.02
629	5	0.21222	10.611	2.546.69
630	5	0.21278	10.639	2.553.35
631	5	0.21333	10.667	2.560.02
632	5	0.21389	10.695	2.566.69
633	5	0.21445	10.722	2.573.35
634	5	0.21500	10.750	2.580.02
635	5	0.21556	10.778	2.586.69
636	5	0.21611	10.806	2.593.35
637	5	0.21667	10.833	2.600.02
638	5	0.21722	10.861	2.606.69
639	5	0.21778	10.889	2.613.35
640	5	0.21833	10.917	2.620.02
641	5	0.21889	10.945	2.626.69
642	5	0.21945	10.972	2.633.35
643	5	0.22000	11.000	2.640.02
644	5	0.22056	11.028	2.646.69
645	5	0.22111	11.056	2.653.35
646	5	0.22167	11.083	2.660.02
647	5	0.22222	11.111	2.666.69
648	5	0.22278	11.139	2.673.35
649	5	0.22333	11.167	2.680.02
650	5	0.22389	11.195	2.686.69
651	5	0.22445	11.222	2.693.35
652	5	0.22500	11.250	2.700.02
653	5	0.22556	11.278	2.706.69
654	5	0.22611	11.306	2.713.35
655	5	0.22667	11.333	2.720.02
656	5	0.22722	11.361	2.726.69
657	5	0.22778	11.389	2.733.35
658	5	0.22833	11.417	2.740.02
659	5	0.22889	11.445	2.746.69
660	5	0.22945	11.472	2.753.35
661	5	0.23000	11.500	2.760.02
662	5	0.23056	11.528	2.766.69
663	5	0.23111	11.556	2.773.35
664	5	0.23167	11.583	2.780.02
665	5	0.23222	11.611	2.786.69
666	5	0.23278	11.639	2.793.35
667	5	0.23333	11.667	2.800.02
668	5	0.23389	11.695	2.806.69
669	5	0.23445	11.722	2.813.35
670	5	0.23500	11.750	2.820.02
671	5	0.23556	11.778	2.826.69
672	5	0.23611	11.806	2.833.35
673	5	0.23667	11.833	2.840.02
674	5	0.23722	11.861	2.846.69
675	5	0.23778	11.889	2.853.35
676	5	0.23833	11.917	2.860.02
677	5	0.23889	11.945	2.866.69
678	5	0.23945	11.972	2.873.35
679	5	0.24000	12.000	2.880.02
680	6	0.24098	12.049	2.891.73
681	6	0.24195	12.098	2.903.43
682	6	0.24293	12.146	2.915.14
683	6	0.24390	12.195	2.926.85
684	6	0.24488	12.244	2.938.55
685	6	0.24586	12.293	2.950.26
686	6	0.24683	12.342	2.961.97
687	6	0.24781	12.390	2.973.68
688	6	0.24878	12.439	2.985.38
689	6	0.24976	12.488	2.997.09
690	6	0.25073	12.537	3.008.80
691	6	0.25171	12.585	3.020.51
692	6	0.25268	12.634	3.032.21
693	6	0.25366	12.683	3.043.92
694	6	0.25464	12.732	3.055.63
695	6	0.25561	12.781	3.067.34
696	6	0.25659	12.829	3.079.04
697	6	0.25756	12.878	3.090.75
698	6	0.25854	12.927	3.102.46
699	6	0.25951	12.976	3.114.16
700	6	0.26049	13.024	3.125.87
701	6	0.26146	13.073	3.137.58
702	6	0.26244	13.122	3.149.29
703	6	0.26342	13.171	3.160.99
704	6	0.26439	13.220	3.172.70
705	6	0.26537	13.268	3.184.41

706	6	0.26634	13.317	3.196.12
707	6	0.26732	13.366	3.207.82
708	6	0.26829	13.415	3.219.53
709	6	0.26927	13.463	3.231.24
710	6	0.27025	13.512	3.242.94
711	6	0.27122	13.561	3.254.65
712	6	0.27220	13.610	3.266.36
713	6	0.27317	13.659	3.278.07
714	6	0.27415	13.707	3.289.77
715	6	0.27512	13.756	3.301.48
716	6	0.27610	13.805	3.313.19
717	6	0.27707	13.854	3.324.90
718	6	0.27805	13.903	3.336.60
719	6	0.27903	13.951	3.348.31
720	6	0.28000	14.000	3.360.02
721	6	0.28098	14.049	3.371.73
722	6	0.28195	14.098	3.383.43
723	6	0.28293	14.146	3.395.14
724	6	0.28390	14.195	3.406.85
725	6	0.28488	14.244	3.418.55
726	6	0.28586	14.293	3.430.26
727	6	0.28683	14.342	3.441.97
728	6	0.28781	14.390	3.453.68
729	6	0.28878	14.439	3.465.38
730	6	0.28976	14.488	3.477.09
731	6	0.29073	14.537	3.488.80
732	6	0.29171	14.585	3.500.51
733	6	0.29268	14.634	3.512.21
734	6	0.29366	14.683	3.523.92
735	6	0.29464	14.732	3.535.63
736	6	0.29561	14.781	3.547.33
737	6	0.29659	14.829	3.559.04
738	6	0.29756	14.878	3.570.75
739	6	0.29854	14.927	3.582.46
740	6	0.29951	14.976	3.594.16
741	6	0.30049	15.024	3.605.87
742	6	0.30146	15.073	3.617.58
743	6	0.30244	15.122	3.629.29
744	6	0.30342	15.171	3.640.99
745	6	0.30439	15.220	3.652.70
746	6	0.30537	15.268	3.664.41
747	6	0.30634	15.317	3.676.12
748	6	0.30732	15.366	3.687.82
749	6	0.30829	15.415	3.699.53
750	6	0.30927	15.463	3.711.24
751	6	0.31025	15.512	3.722.94
752	6	0.31122	15.561	3.734.65
753	6	0.31220	15.610	3.746.36
754	6	0.31317	15.659	3.758.07
755	6	0.31415	15.707	3.769.77
756	6	0.31512	15.756	3.781.48
757	6	0.31610	15.805	3.793.19
758	6	0.31707	15.854	3.804.90
759	6	0.31805	15.903	3.816.60
760	6	0.31903	15.951	3.828.31
761	6	0.32000	16.000	3.840.02
762	6	0.32098	16.049	3.851.72
763	6	0.32195	16.098	3.863.43
764	6	0.32293	16.146	3.875.14
765	6	0.32390	16.195	3.886.85
766	6	0.32488	16.244	3.898.55
767	6	0.32586	16.293	3.910.26
768	6	0.32683	16.342	3.921.97
769	6	0.32781	16.390	3.933.68
770	6	0.32878	16.439	3.945.38
771	6	0.32976	16.488	3.957.09
772	6	0.33073	16.537	3.968.80
773	6	0.33171	16.585	3.980.51
774	6	0.33268	16.634	3.992.21
775	6	0.33366	16.683	4.003.92
776	6	0.33464	16.732	4.015.63
777	6	0.33561	16.781	4.027.33
778	6	0.33659	16.829	4.039.04
779	6	0.33756	16.878	4.050.75
780	6	0.33854	16.927	4.062.46
781	6	0.33951	16.976	4.074.16
782	6	0.34049	17.024	4.085.87
783	6	0.34146	17.073	4.097.58
784	6	0.34244	17.122	4.109.29
785	6	0.34342	17.171	4.120.99
786	6	0.34439	17.220	4.132.70

787	6	0.34537	17.268	4.144.41
788	6	0.34634	17.317	4.156.11
789	6	0.34732	17.366	4.167.82
790	6	0.34829	17.415	4.179.53
791	6	0.34927	17.463	4.191.24
792	6	0.35025	17.512	4.202.94
793	6	0.35122	17.561	4.214.65
794	6	0.35220	17.610	4.226.36
795	6	0.35317	17.659	4.238.07
796	6	0.35415	17.707	4.249.77
797	6	0.35512	17.756	4.261.48
798	6	0.35610	17.805	4.273.19
799	6	0.35707	17.854	4.284.90
800	6	0.35805	17.903	4.296.60
801	6	0.35903	17.951	4.308.31
802	6	0.36000	18.000	4.320.02
803	7	0.36148	18.074	4.337.70
804	7	0.36295	18.147	4.355.39
805	7	0.36442	18.221	4.373.07
806	7	0.36590	18.295	4.390.75
807	7	0.36737	18.368	4.408.44
808	7	0.36884	18.442	4.426.12
809	7	0.37032	18.516	4.443.81
810	7	0.37179	18.590	4.461.49
811	7	0.37326	18.663	4.479.18
812	7	0.37474	18.737	4.496.86
813	7	0.37621	18.811	4.514.54
814	7	0.37769	18.884	4.532.23
815	7	0.37916	18.958	4.549.91
816	7	0.38063	19.032	4.567.60
817	7	0.38211	19.105	4.585.28
818	7	0.38358	19.179	4.602.96
819	7	0.38505	19.253	4.620.65
820	7	0.38653	19.326	4.638.33
821	7	0.38800	19.400	4.656.02
822	7	0.38948	19.474	4.673.70
823	7	0.39095	19.547	4.691.39
824	7	0.39242	19.621	4.709.07
825	7	0.39390	19.695	4.726.75
826	7	0.39537	19.768	4.744.44
827	7	0.39684	19.842	4.762.12
828	7	0.39832	19.916	4.779.81
829	7	0.39979	19.990	4.797.49
830	7	0.40126	20.063	4.815.18
831	7	0.40274	20.137	4.832.86
832	7	0.40421	20.211	4.850.54
833	7	0.40569	20.284	4.868.23
834	7	0.40716	20.358	4.885.91
835	7	0.40863	20.432	4.903.60
836	7	0.41011	20.505	4.921.28
837	7	0.41158	20.579	4.938.96
838	7	0.41305	20.653	4.956.65
839	7	0.41453	20.726	4.974.33
840	7	0.41600	20.800	4.992.02
841	7	0.41748	20.874	5.009.70
842	7	0.41895	20.947	5.027.39
843	7	0.42042	21.021	5.045.07
844	7	0.42190	21.095	5.062.75
845	7	0.42337	21.168	5.080.44
846	7	0.42484	21.242	5.098.12
847	7	0.42632	21.316	5.115.81
848	7	0.42779	21.390	5.133.49
849	7	0.42926	21.463	5.151.18
850	7	0.43074	21.537	5.168.86
851	7	0.43221	21.611	5.186.54
852	7	0.43369	21.684	5.204.23
853	7	0.43516	21.758	5.221.91
854	7	0.43663	21.832	5.239.60
855	7	0.43811	21.905	5.257.28
856	7	0.43958	21.979	5.274.96
857	7	0.44105	22.053	5.292.65
858	7	0.44253	22.126	5.310.33
859	7	0.44400	22.200	5.328.02
860	7	0.44548	22.274	5.345.70
861	7	0.44695	22.347	5.363.39
862	7	0.44842	22.421	5.381.07
863	7	0.44990	22.495	5.398.75
864	7	0.45137	22.568	5.416.44
865	7	0.45284	22.642	5.434.12
866	7	0.45432	22.716	5.451.81
867	7	0.45579	22.790	5.469.49

868	7	0.45726	22.863	5.487.17
869	7	0.45874	22.937	5.504.86
870	7	0.46021	23.011	5.522.54
871	7	0.46169	23.084	5.540.23
872	7	0.46316	23.158	5.557.91
873	7	0.46463	23.232	5.575.60
874	7	0.46611	23.305	5.593.28
875	7	0.46758	23.379	5.610.96
876	7	0.46905	23.453	5.628.65
877	7	0.47053	23.526	5.646.33
878	7	0.47200	23.600	5.664.02
879	7	0.47348	23.674	5.681.70
880	7	0.47495	23.747	5.699.39
881	7	0.47642	23.821	5.717.07
882	7	0.47790	23.895	5.734.75
883	7	0.47937	23.968	5.752.44
884	7	0.48084	24.042	5.770.12
885	7	0.48232	24.116	5.787.81
886	7	0.48379	24.190	5.805.49
887	7	0.48526	24.263	5.823.17
888	7	0.48674	24.337	5.840.86
889	7	0.48821	24.411	5.858.54
890	7	0.48969	24.484	5.876.23
891	7	0.49116	24.558	5.893.91
892	7	0.49263	24.632	5.911.60
893	7	0.49411	24.705	5.929.28
894	7	0.49558	24.779	5.946.96
895	7	0.49705	24.853	5.964.65
896	7	0.49853	24.926	5.982.33
897	7	0.50000	25.000	6.000.02
898	8	0.50246	25.123	6.029.56
899	8	0.50492	25.246	6.059.09
900	8	0.50739	25.369	6.088.63
901	8	0.50985	25.492	6.118.17
902	8	0.51231	25.615	6.147.71
903	8	0.51477	25.739	6.177.25
904	8	0.51723	25.862	6.206.79
905	8	0.51969	25.985	6.236.32
906	8	0.52216	26.108	6.265.86
907	8	0.52462	26.231	6.295.40
908	8	0.52708	26.354	6.324.94
909	8	0.52954	26.477	6.354.48
910	8	0.53200	26.600	6.384.02
911	8	0.53446	26.723	6.413.56
912	8	0.53692	26.846	6.443.09
913	8	0.53939	26.969	6.472.63
914	8	0.54185	27.092	6.502.17
915	8	0.54431	27.215	6.531.71
916	8	0.54677	27.339	6.561.25
917	8	0.54923	27.462	6.590.79
918	8	0.55169	27.585	6.620.32
919	8	0.55416	27.708	6.649.86
920	8	0.55662	27.831	6.679.40
921	8	0.55908	27.954	6.708.94
922	8	0.56154	28.077	6.738.48
923	8	0.56400	28.200	6.768.02
924	8	0.56646	28.323	6.797.56
925	8	0.56892	28.446	6.827.09
926	8	0.57139	28.569	6.856.63
927	8	0.57385	28.692	6.886.17
928	8	0.57631	28.815	6.915.71
929	8	0.57877	28.939	6.945.25
930	8	0.58123	29.062	6.974.79
931	8	0.58369	29.185	7.004.32
932	8	0.58616	29.308	7.033.86
933	8	0.58862	29.431	7.063.40
934	8	0.59108	29.554	7.092.94
935	8	0.59354	29.677	7.122.48
936	8	0.59600	29.800	7.152.02
937	8	0.59846	29.923	7.181.56
938	8	0.60092	30.046	7.211.09
939	8	0.60339	30.169	7.240.63
940	8	0.60585	30.292	7.270.17
941	8	0.60831	30.415	7.299.71
942	8	0.61077	30.539	7.329.25
943	8	0.61323	30.662	7.358.79
944	8	0.61569	30.785	7.388.32
945	8	0.61816	30.908	7.417.86
946	8	0.62062	31.031	7.447.40
947	8	0.62308	31.154	7.476.94
948	8	0.62554	31.277	7.506.48

949	8	0.62800	31.400	7.536.02
950	8	0.63046	31.523	7.565.56
951	8	0.63292	31.646	7.595.09
952	8	0.63539	31.769	7.624.63
953	8	0.63785	31.892	7.654.17
954	8	0.64031	32.015	7.683.71
955	8	0.64277	32.139	7.713.25
956	8	0.64523	32.262	7.742.79
957	8	0.64769	32.385	7.772.32
958	8	0.65016	32.508	7.801.86
959	8	0.65262	32.631	7.831.40
960	8	0.65508	32.754	7.860.94
961	8	0.65754	32.877	7.890.48
962	8	0.66000	33.000	7.920.02
963	9	0.66572	33.286	7.988.59
964	9	0.67143	33.571	8.057.16
965	9	0.67714	33.857	8.125.73
966	9	0.68286	34.143	8.194.30
967	9	0.68857	34.429	8.262.87
968	9	0.69429	34.714	8.331.45
969	9	0.70000	35.000	8.400.02
970	9	0.70572	35.286	8.468.59
971	9	0.71143	35.571	8.537.16
972	9	0.71714	35.857	8.605.73
973	9	0.72286	36.143	8.674.30
974	9	0.72857	36.429	8.742.87
975	9	0.73429	36.714	8.811.45
976	9	0.74000	37.000	8.880.02
977	9	0.74572	37.286	8.948.59
978	9	0.75143	37.571	9.017.16
979	9	0.75714	37.857	9.085.73
980	9	0.76286	38.143	9.154.30
981	9	0.76857	38.429	9.222.87
982	9	0.77429	38.714	9.291.45
983	9	0.78000	39.000	9.360.02
984	9	0.78572	39.286	9.428.59
985	9	0.79143	39.571	9.497.16
986	9	0.79714	39.857	9.565.73
987	9	0.80286	40.143	9.634.30
988	9	0.80857	40.429	9.702.87
989	9	0.81429	40.714	9.771.44
990	9	0.82000	41.000	9.840.02
991	9	0.82572	41.286	9.908.59
992	9	0.83143	41.571	9.977.16
993	9	0.83714	41.857	10.045.73
994	9	0.84286	42.143	10.114.30
995	9	0.84857	42.429	10.182.87
996	9	0.85429	42.714	10.251.44
997	9	0.86000	43.000	10.320.02
998	10	0.90667	45.333	10.880.02
999	10	0.95333	47.667	11.440.02
1000	10	1.00000	50.000	12.000.02

## APÊNDICE B

No Apêndice B apresenta-se a listagem do código-fonte do programa computacional desenvolvido para rodar as simulações do *One-Sided Hawk-Dove Game*. São apresentadas duas listagens. A primeira refere-se ao programa principal e a segunda a biblioteca de funções do programa.

### Listagem 1 – Programa principal

```
program comercio_varejista; {Este programa simula o mercado varejista utilizando o paradigma Hawk-Dove}
uses crt, jogo3; {Bibliotecas para o programa}
```

```
const
  custo = 0.5;
  Num_consumidores = 1000;
  Num_produtos = 1;
  Num_firmas = 2;
  Num_classes = 10;
```

```
type
```

```
  classes = record
    qtde:integer;
    venda1:array[1..2]of integer;
    venda2:array[1..2]of integer;
  end;
```

```
  consumidores = record
    pref:real; {Preço de referência}
  end;
```

```
  firmas = record
    fitness:real;
    pprod:real; {Preço do produto}
  end;
```

```
var
  arq:text;
  cons:array[1..Num_consumidores] of consumidores;
  firma:array[1..Num_firmas]of firmas;
  classe:array[1..Num_classes]of classes;
  ncons,nfirma:integer;
  i,j,indice:integer;
  vrenda:real;
  QtdeHawk1,QtdeDove1,QtdeHawk2,QtdeDove2:real;
  freqhawk1,freqdove1,freqhawk2,freqdove2:real;
  probcomprar:real;
  comprou:boolean;
  sorteio:integer;
```

```

contador:longint;
vcon1,vcon2,vncon1,vncon2:longint;
vf1,vf2:longint;
preco1,preco2,x:real;
logica:boolean;
lucro1,lucro2:real;

begin {Define o preco dos produtos}
  assign(arq,'a:\arq0304.txt');
  rewrite(arq);
  clrscr;
  writeln('PROGRAMA DE SIMULAÇÃO DO MERCADO VAREJISTA: ');
  writeln("");
  writeln('Preços em');
  writeln('Salários Mínimos');
  writeln;
  writeln('Firma 1');
  write('Preço prod. A: ');
  readln(firma[1].pprod);
  writeln;
  writeln('Firma 2');
  write('Preço prod. A: ');
  readln(firma[2].pprod);

  if ((firma[1].pprod*240) >= (firma[2].pprod*240)) then
  begin
    freqhawk1:=((firma[1].pprod*240)/(firma[2].pprod*240))/2;
    freqdove1:=1-freqhawk1;
    freqhawk2:=freqdove1;
    freqdove2:=freqhawk1;
  end
  else
  begin
    freqhawk2:=((firma[2].pprod*240)/(firma[1].pprod*240))/2;
    freqdove2:=1-freqhawk2;
    freqhawk1:=freqdove2;
    freqdove1:=freqhawk2;
  end;

  if ((firma[1].pprod*240) > (2*(firma[2].pprod*240))) then
  begin
    freqhawk1:=1;
    freqdove1:=1-freqhawk1;
    freqhawk2:=freqdove1;
    freqdove2:=freqhawk1;
  end;

  if ((firma[2].pprod*240) > (2*(firma[1].pprod*240))) then
  begin
    freqhawk2:=1;
    freqdove2:=1-freqhawk2;
    freqhawk1:=freqdove2;
    freqdove1:=freqhawk2;
  end;
  logica:=false;

```

```

nfirma:=2;
repeat
  repeat
    randomize;
    ncons:=random(1001);{Definir consumidor}
  until (ncons<>0);}

  inc(ncons);
  if (ncons=1001) then
    ncons:=1;

case ncons of
0..84:
begin
  inc(classe[1].qtde);
  indice:=1;
end;
85..221:
begin
  inc(classe[2].qtde);
  indice:=2;
end;
222..377:
begin
  inc(classe[3].qtde);
  indice:=3;
end;
378..535:
begin
  inc(classe[4].qtde);
  indice:=4;
end;
536..679:
begin
  inc(classe[5].qtde);
  indice:=5;
end;
680..802:
begin
  inc(classe[6].qtde);
  indice:=6;
end;
803..897:
begin
  inc(classe[7].qtde);
  indice:=7;
end;
898..962:
begin
  inc(classe[8].qtde);
  indice:=8;
end;
963..997:
begin
  inc(classe[9].qtde);
  indice:=9;

```



```

end;
998..1000:
begin
  inc(classe[10].qtde);
  indice:=10;
end;
end; {Case}

vrenda:=renda(ncons); {Verificar a renda}

repeat
  nfirma:=random(3);
until (nfirma <> 0);
if (nfirma) = 1 then
  inc(vf1)
else
  inc(vf2);
logica:=true;
end;

comprou:=false;
if (vrenda >= firma[nfirma].pprod) then {Renda OK?}
begin
  if (cons[ncons].pref = 0) then {Primeira Compra?}
  begin
    cons[ncons].pref:=firma[nfirma].pprod;
    comprou:=true;
  end {if}
else
  if (cons[ncons].pref >= firma[nfirma].pprod) then
  begin
    x:=sqrt((cons[ncons].pref-firma[nfirma].pprod)/(firma[nfirma].pprod));
    probcomprar:=1-((1-(1/(1+exp(4*-x)))));
    probcomprar:=probcomprar * 1000;
    probcomprar:=probcomprar / 10;
    probcomprar:=int(probcomprar);
    repeat
      randomize;
      sorteio:=random(101);
    until (sorteio <> 0);
    if (sorteio < probcomprar) then
    begin
      cons[ncons].pref:=firma[nfirma].pprod;
      comprou:=true;
    end;
  end {if}
else
  begin
    x:=sqrt((firma[nfirma].pprod-cons[ncons].pref)/(cons[ncons].pref));
    probcomprar:=1-(1/(1+exp(-x)));
    probcomprar:=probcomprar * 1000;
    probcomprar:=probcomprar / 10;
    probcomprar:=int(probcomprar);
    repeat
      randomize;
      sorteio:=random(101);

```

```

until (sorteio <> 0);
if (sorteio < probcomprar) then
begin
  cons[ncons].pref:=firma[nfirma].pprod;
  comprou:=true;
end;
end;
end;

if (nfirma = 1) and (comprou) then
  inc(classe[indice].venda1[1]);
if (nfirma = 1) and not (comprou) then
  inc(classe[indice].venda1[2]);
if (nfirma = 2) and (comprou) then
  inc(classe[indice].venda2[1]);
if (nfirma = 2) and not (comprou) then
  inc(classe[indice].venda2[2]);

if (comprou) and (nfirma = 1) then
begin
  firma[1].fitness:=firma[1].fitness + (normal((freqhawk1 * 2) + (freqdove1 * 1),1));
  inc(vcon1);
  lucro1:=lucro1 + (firma[1].pprod - custo);
end;

if (comprou) and (nfirma = 2) then
begin
  firma[2].fitness:=firma[2].fitness + (normal((freqhawk2 * 2) + (freqdove2 * 1),1));
  inc(vcon2);
  lucro2:=lucro2 + (firma[2].pprod - custo);
end;

if (not comprou) and (nfirma = 1) then
begin
  firma[1].fitness:=firma[1].fitness + (normal((freqhawk1 * 0) + (freqdove1 * 0),1));
  inc(vncon1);
end;
if (not comprou) and (nfirma = 2) then
begin
  firma[2].fitness:=firma[nfirma].fitness + (normal((freqhawk2 * 0) + (freqdove2 * 0),1));
  inc(vncon2);
end;

if (contador = 5000) then
begin
  append(arq);
  writeln(arq,contador,' iterações');
  writeln(arq,' ');
  writeln(arq,'Preço Firma 1: ',firma[1].pprod:2:3);
  writeln(arq,'Preço Firma 2: ',firma[2].pprod:2:3);
  writeln(arq,' ');
  writeln(arq,'Frequencia firma 1 Hawk: ',freqhawk1:2:4);
  writeln(arq,'Frequencia firma 1 Dove: ',freqdove1:2:4);
  writeln(arq,'Frequencia firma 2 Hawk: ',freqhawk2:2:4);
  writeln(arq,'Frequencia firma 2 Dove: ',freqdove2:2:4);
  writeln(arq,' ');

```

```

writeln(arq,'visitas a firma 1: ',vf1);
writeln(arq,'visitas a firma 2: ',vf2);
writeln(arq,'');
writeln(arq,'vendas firma 1: ',vcon1);
writeln(arq,'vendas firma 2: ',vcon2);
writeln(arq,'');
writeln(arq,'vendas no concr. firma 1: ',vncon1);
writeln(arq,'vendas no concr. firma 2: ',vncon2);
writeln(arq,'');
writeln(arq,'Fitness firma 1: ',firma[1].fitness:2:2);
writeln(arq,'Fitness firma 2: ',firma[2].fitness:2:2);
writeln(arq,'');
writeln(arq,'Classes quantidade');
for i:=1 to 10 do
  writeln(arq,'Classe ',i,' - ',classe[i].qtde);
writeln(arq,'');
for i:=1 to 10 do
begin
  writeln(arq,'Classe ',i);
  for j:=1 to 2 do
  begin
    writeln(arq,classe[i].venda1[j]);
    writeln(arq,classe[i].venda2[j]);
  end;
  writeln(arq,'');
end;
close (arq);
end;

if (contador = 10000) then
begin
  append(arq);
  writeln(arq,contador,' iteraes');
  writeln(arq,'');
  writeln(arq,'Preço Firma 1: ',firma[1].pprod:2:3);
  writeln(arq,'Preço Firma 2: ',firma[2].pprod:2:3);
  writeln(arq,'');
  writeln(arq,'Frequencia firma 1 Hawk: ',freqhawk1:2:4);
  writeln(arq,'Frequencia firma 1 Dove: ',freqdove1:2:4);
  writeln(arq,'Frequencia firma 2 Hawk: ',freqhawk2:2:4);
  writeln(arq,'Frequencia firma 2 Dove: ',freqdove2:2:4);
  writeln(arq,'');
  writeln(arq,'Visitas a firma 1: ',vf1);
  writeln(arq,'visitas a firma 2: ',vf2);
  writeln(arq,'');
  writeln(arq,'vendas firma 1: ',vcon1);
  writeln(arq,'vendas firma 2: ',vcon2);
  writeln(arq,'');
  writeln(arq,'vendas no concr. firma 1: ',vncon1);
  writeln(arq,'vendas no concr. firma 2: ',vncon2);
  writeln(arq,'');
  writeln(arq,'Fitness firma 1: ',firma[1].fitness:2:2);
  writeln(arq,'Fitness firma 2: ',firma[2].fitness:2:2);
  writeln(arq,'');
  writeln(arq,'Classes quantidade');
  for i:=1 to 10 do

```

```

    writeln(arq,'Classe ',i,' - ',classe[i].qtde);
writeln(arq,' ');
for i:=1 to 10 do
begin
    writeln(arq,'Classe ',i);
    for j:=1 to 2 do
    begin
        writeln(arq,classe[i].venda1[j]);
        writeln(arq,classe[i].venda2[j]);
    end;
    writeln(arq,' ');
end;
close (arq);
end;

if (contador = 15000) then
begin
    append(arq);
    writeln(arq,contador,' iterações');
    writeln(arq,' ');
    writeln(arq,'Preço Firma 1: ',firma[1].pprod:2:3);
    writeln(arq,'Preço Firma 2: ',firma[2].pprod:2:3);
    writeln(arq,' ');
    writeln(arq,'Frequencia firma 1 Hawk: ',freqhawk1:2:4);
    writeln(arq,'Frequencia firma 1 Dove: ',freqdove1:2:4);
    writeln(arq,'Frequencia firma 2 Hawk: ',freqhawk2:2:4);
    writeln(arq,'Frequencia firma 2 Dove: ',freqdove2:2:4);
    writeln(arq,' ');
    writeln(arq,'Visitas a firma 1: ',vf1);
    writeln(arq,'visitas a firma 2: ',vf2);
    writeln(arq,' ');
    writeln(arq,'vendas firma 1: ',vcon1);
    writeln(arq,'vendas firma 2: ',vcon2);
    writeln(arq,' ');
    writeln(arq,'vendas não concr. firma 1: ',vncon1);
    writeln(arq,'vendas não concr. firma 2: ',vncon2);
    writeln(arq,' ');
    writeln(arq,'Fitness firma 1: ',firma[1].fitness:2:2);
    writeln(arq,'Fitness firma 2: ',firma[2].fitness:2:2);
    writeln(arq,' ');
    writeln(arq,'Classes quantidade');
    for i:=1 to 10 do
        writeln(arq,'Classe ',i,' - ',classe[i].qtde);
    writeln(arq,' ');
    for i:=1 to 10 do
    begin
        writeln(arq,'Classe ',i);
        for j:=1 to 2 do
        begin
            writeln(arq,classe[i].venda1[j]);
            writeln(arq,classe[i].venda2[j]);
        end;
        writeln(arq,' ');
    end;
    close (arq);
end;

```

```

if (contador = 20000) then
begin
  append(arq);
  writeln(arq,contador,' iteracoes');
  writeln(arq,'');
  writeln(arq,'Preço Firma 1: ',firma[1].pprod:2:3);
  writeln(arq,'Preço Firma 2: ',firma[2].pprod:2:3);
  writeln(arq,'');
  writeln(arq,'Frequencia firma 1 Hawk: ',freqhawk1:2:4);
  writeln(arq,'Frequencia firma 1 Dove: ',freqdove1:2:4);
  writeln(arq,'Frequencia firma 2 Hawk: ',freqhawk2:2:4);
  writeln(arq,'Frequencia firma 2 Dove: ',freqdove2:2:4);
  writeln(arq,'');
  writeln(arq,'Visitas a firma 1: ',vf1);
  writeln(arq,'visitas a firma 2: ',vf2);
  writeln(arq,'');
  writeln(arq,'vendas firma 1: ',vcon1);
  writeln(arq,'vendas firma 2: ',vcon2);
  writeln(arq,'');
  writeln(arq,'vendas nEo concr. firma 1: ',vncon1);
  writeln(arq,'vendas nEo concr. firma 2: ',vncon2);
  writeln(arq,'');
  writeln(arq,'Fitness firma 1: ',firma[1].fitness:2:2);
  writeln(arq,'Fitness firma 2: ',firma[2].fitness:2:2);
  writeln(arq,'');
  writeln(arq,'Classes quantidade');
  for i:=1 to 10 do
    writeln(arq,'Classe ',i,' - ',classe[i].qtde);
  writeln(arq,'');
  for i:=1 to 10 do
  begin
    writeln(arq,'Classe ',i);
    for j:=1 to 2 do
    begin
      writeln(arq,classe[i].venda1[j]);
      writeln(arq,classe[i].venda2[j]);
    end;
    writeln(arq,'');
  end;
  close (arq);
end;

gotoxy(1,15);
write('Visitas ... firma 1: ',vf1);
gotoxy(1,16);
write('Visitas ... firma 2: ',vf2);
gotoxy(1,17);
write('Vendas firma 1: ',vcon1);
gotoxy(1,18);
write('Vendas firma 2: ',vcon2);
gotoxy(1,19);
write('Vendas nEo concr. firma 1: ',vncon1);
gotoxy(1,20);
write('Vendas nEo concr. firma 2: ',vncon2);
gotoxy(1,21);

```

```

write('Lucro Firma 1: ',lucro1:2:2);
{write('Fitness firma 1: ',firma[1].fitness:2:2);}
gotoxy(1,22);
write('Lucro Firma 2: ',lucro2:2:2);
write('Fitness firma 2: ',firma[2].fitness:2:2);
gotoxy(24,3);
write('Classe');
for i:=1 to 10 do
begin
  gotoxy(24,3+i);
  write(i,' ');
end;
for i:=1 to 10 do
begin
  gotoxy(30,3+i);
  write(classe[i].qtde);
end;
for i:=1 to 20 do
begin
  if (i mod 2 = 1) then
  begin
    gotoxy(40,2+i);
    write('Firma 1 ');
  end
  else
  begin
    gotoxy(40,2+i);
    write('Firma 2 ');
  end;
end;
gotoxy(42+(1*8),2);
write('Prod. A');
for i:=1 to 10 do
begin
  gotoxy(37,1+(i*2));
  write(i,' ');
end;

for i:=1 to 2 do
begin
  if i=1 then
    j:=0
  else
    j:=2;
  gotoxy((((47+(4*i))+j),3);
  write(classe[1].venda1[i]);
  gotoxy((((47+(4*i))+j),4);
  write(classe[1].venda2[i]);
end;
for i:=1 to 2 do
begin
  if i=1 then
    j:=0
  else
    j:=2;
  gotoxy((((47+(4*i))+j),5);

```

```

write(classe[2].venda1[i]);
gotoxy(((47+(4*i))+j),6);
write(classe[2].venda2[i]);
end;
for i:=1 to 2 do
begin
  if i=1 then
    j:=0
  else
    j:=2;
    gotoxy(((47+(4*i))+j),7);
    write(classe[3].venda1[i]);
    gotoxy(((47+(4*i))+j),8);
    write(classe[3].venda2[i]);
  end;
  for i:=1 to 2 do
  begin
    if i=1 then
      j:=0
    else
      j:=2;
      gotoxy(((47+(4*i))+j),9);
      write(classe[4].venda1[i]);
      gotoxy(((47+(4*i))+j),10);
      write(classe[4].venda2[i]);
    end;
    for i:=1 to 2 do
    begin
      if i=1 then
        j:=0
      else
        j:=2;
        gotoxy(((47+(4*i))+j),11);
        write(classe[5].venda1[i]);
        gotoxy(((47+(4*i))+j),12);
        write(classe[5].venda2[i]);
      end;
      for i:=1 to 2 do
      begin
        if i=1 then
          j:=0
        else
          j:=2;
          gotoxy(((47+(4*i))+j),13);
          write(classe[6].venda1[i]);
          gotoxy(((47+(4*i))+j),14);
          write(classe[6].venda2[i]);
        end;
        for i:=1 to 2 do
        begin
          if i=1 then
            j:=0
          else
            j:=2;
            gotoxy(((47+(4*i))+j),15);
            write(classe[7].venda1[i]);

```

```

    gotoxy(((47+(4*i))+j),16);
    write(classe[7].venda2[i]);
end;
for i:=1 to 2 do
begin
    if i=1 then
        j:=0
    else
        j:=2;
    gotoxy(((47+(4*i))+j),17);
    write(classe[8].venda1[i]);
    gotoxy(((47+(4*i))+j),18);
    write(classe[8].venda2[i]);
end;
for i:=1 to 2 do
begin
    if i=1 then
        j:=0
    else
        j:=2;
    gotoxy(((47+(4*i))+j),19);
    write(classe[9].venda1[i]);
    gotoxy(((47+(4*i))+j),20);
    write(classe[9].venda2[i]);
end;
for i:=1 to 2 do
begin
    if i=1 then
        j:=0
    else
        j:=2;
    gotoxy(((47+(4*i))+j),21);
    write(classe[10].venda1[i]);
    gotoxy(((47+(4*i))+j),22);
    write(classe[10].venda2[i]);
end;
inc(contador);
until contador = 20001;
readkey
end.

```

### Listagem 2 – Biblioteca de funções

unit jogo3; {Esta unidade contém as sub-rotinas para o programa comércio varejista}

interface

```

function Renda(ordem:integer):real;
function beta(a:real;b:real):real;
function normal(media:real;dp:integer):real;

```

implementation

```

function Renda(ordem:integer):real;{Esta função retorna o valor que o consumidor está propenso a gastar
em suas compras com base na renda.}
const {Estas constantes definem o valor Beta inicial de cada classe de consumidores}
    Lim_inf_VB_Clas_I = 0.00024;

```



```

Lim_inf_VB_Clas_II = 0.01998;
Lim_inf_VB_Clas_III = 0.05008;
Lim_inf_VB_Clas_IV = 0.10014;
Lim_inf_VB_Clas_V = 0.16032;
Lim_inf_VB_Clas_VI = 0.24074;
Lim_inf_VB_Clas_VII = 0.36124;
Lim_inf_VB_Clas_VIII = 0.50222;
Lim_inf_VB_Clas_IX = 0.66548;
Lim_inf_VB_Clas_X = 0.90643;

```

```
{Número máximo de salários mínimos}
```

```
N_max_SM = 50;
```

```
{Valor do salário mínimo}
```

```
SM = 240;
```

```
{Estas constantes definem os passos na escala normalizada em função da classe}
```

```

Passos_Clas_I = 0.000238095;
Passos_Clas_II = 0.000218978;
Passos_Clas_III = 0.000320512;
Passos_Clas_IV = 0.000379746;
Passos_Clas_V = 0.000555555;
Passos_Clas_VI = 0.000975609;
Passos_Clas_VII = 0.001473684;
Passos_Clas_VIII = 0.002461538;
Passos_Clas_IX = 0.005714285;
Passos_Clas_X = 0.046666666;

```

```
{Estas constantes definem o valor de ordem inicial de cada classe}
```

```

Lim_inf_Ord_Clas_I = 0;
Lim_inf_Ord_Clas_II = 85;
Lim_inf_Ord_Clas_III = 222;
Lim_inf_Ord_Clas_IV = 378;
Lim_inf_Ord_Clas_V = 536;
Lim_inf_Ord_Clas_VI = 680;
Lim_inf_Ord_Clas_VII = 803;
Lim_inf_Ord_Clas_VIII = 898;
Lim_inf_Ord_Clas_IX = 963;
Lim_inf_Ord_Clas_X = 998;

```

```
var
```

```
N_passos:integer;
```

```
i:integer;
```

```
Valor_Beta,N_SM,Perc_sal:real;
```

```
begin
```

```
case ordem of
```

```
1..84: {Classe I}
```

```
begin
```

```
valor_beta:=0.00024;
```

```
N_passos:=ordem-Lim_inf_Ord_Clas_I;
```

```
if N_passos = 0 then
```

```
Valor_Beta:=0.00024;
```

```
for i:=1 to N_passos-1 do
```

```
Valor_Beta:=Valor_Beta+Passos_Clas_I;
```

```
end;
```

```

85..221: {Classe II}
begin
  valor_beta:=0.01998;
  N_passos:=ordem-Lim_inf_Ord_Clas_II;
  if N_passos = 0 then
    Valor_Beta:=0.01998;
    for i:=1 to N_passos do
      Valor_Beta:=Valor_Beta+Passos_Clas_II;
    end;
  end;

```

```

222..377: {Classe III}
begin
  valor_beta:=0.05008;
  N_passos:=ordem-Lim_inf_Ord_Clas_III;
  if N_passos = 0 then
    Valor_Beta:=0.05008;
    for i:=1 to N_passos do
      Valor_Beta:=Valor_Beta+Passos_Clas_III;
    end;
  end;

```

```

378..535: {Classe IV}
begin
  valor_beta:=0.10014;
  N_passos:=ordem-Lim_inf_Ord_Clas_IV;
  if N_passos = 0 then
    Valor_Beta:=0.10014;
    for i:=1 to N_passos do
      Valor_Beta:=Valor_Beta+Passos_Clas_IV;
    end;
  end;

```

```

536..679: {Classe V}
begin
  valor_beta:=0.16032;
  N_passos:=ordem-Lim_inf_Ord_Clas_V;
  if N_passos = 0 then
    Valor_Beta:=0.16032;
    for i:=1 to N_passos do
      Valor_Beta:=Valor_Beta+Passos_Clas_V;
    end;
  end;

```

```

680..802: {Classe VI}
begin
  valor_beta:=0.24074;
  N_passos:=ordem-Lim_inf_Ord_Clas_VI;
  if N_passos = 0 then
    Valor_Beta:=0.24074;
    for i:=1 to N_passos do
      Valor_Beta:=Valor_Beta+Passos_Clas_VI;
    end;
  end;

```

```

803..897: {Classe VII}
begin
  valor_beta:=0.36124;
  N_passos:=ordem-Lim_inf_Ord_Clas_VII;
  if N_passos = 0 then

```

```

    Valor_Beta:=0.36124;
    for i:=1 to N_passos do
        Valor_Beta:=Valor_Beta+Passos_Clas_VII;
    end;

898..962:{Classe VIII}
begin
    valor_beta:=0.50222;
    N_passos:=ordem-Lim_inf_Ord_Clas_VIII;
    if N_passos = 0 then
        Valor_Beta:=0.50222;
    for i:=1 to N_passos do
        Valor_Beta:=Valor_Beta+Passos_Clas_VIII;
    end;

963..997:{Classe IX}
begin
    valor_beta:=0.66548;
    N_passos:=ordem-Lim_inf_Ord_Clas_IX;
    if N_passos = 0 then
        Valor_Beta:=0.66548;
    for i:=1 to N_passos do
        Valor_Beta:=Valor_Beta+Passos_Clas_IX;
    end;

998..1000:{Classe X}
begin
    valor_beta:=0.90643;
    N_passos:=ordem-Lim_inf_Ord_Clas_X;
    if N_passos = 0 then
        Valor_Beta:=0.90643;
    for i:=1 to N_passos do
        Valor_Beta:=Valor_Beta+Passos_Clas_X;
    end;
end;{Fim do case}

N_SM:=Valor_Beta * N_max_SM;{Calcula o número de salários mínimos em função do valor beta}

Renda:=N_SM;{Retorna o valor da renda multiplicando o número de salários mínimos pelo valor do
salário mínimo}
end;{Fim da função renda}

function beta(a:real;b:real):real;
var
    u1,u2:real;
    v1,v2:real;
    w:real;
    i:integer;

begin
    randomize;
    repeat
        randomize;
        u1:=random;
        randomize;
        u2:=random;

```

```

    v1:=exp((1/a)*ln(u1));
    v2:=exp((1/b)*ln(u2));
    w:=v1+v2;
    until w<=1;
    beta:=v1/w;
end;

function normal(media:real;dp:integer):real;
const
pi=3.141592;

var
    z1,z2,R1,R2:real;

begin
    randomize;
    R1:=random;
    randomize;
    R2:=random;
    z1:=sqrt(-2*ln(R1))*cos(2*pi*R2);
    z2:=sqrt(-2*ln(R1))*sin(2*pi*R2);
    normal:=media+(dp*z1);
end;
end. {Fim da Unidade}

```

## ENDEREÇOS ELETRÔNICOS

São listados abaixo alguns endereços eletrônicos com assuntos relacionados a dissertação e que serviram de suporte para a investigação. Todos os endereços foram acessados pela última vez em 14/07/2003.

[http://www.holycross.edu/departments/biology/kprestwi/behavior/ESS/HvD\\_intro.html](http://www.holycross.edu/departments/biology/kprestwi/behavior/ESS/HvD_intro.html)

<http://www.eps.ufsc.br/teses96/borges/>

<http://www.icb.ufmg.br/~rmcp/livro/logist.htm>

<http://www.gametheory.net/>

[http://people.hofstra.edu/faculty/Stefan\\_Waner/RealWorld/index.html](http://people.hofstra.edu/faculty/Stefan_Waner/RealWorld/index.html)

<http://www.dieese.org.br/pof/pof.html>

<http://www.fgv.br/ibre/dgd/Index.cfm>

<http://www.indiana.edu/~playpol/e104/icmarket.html>

[http://www.economics.laurentian.ca/strategic\\_think.27/modules/course\\_schedule.98/schedule.htm](http://www.economics.laurentian.ca/strategic_think.27/modules/course_schedule.98/schedule.htm)

<http://www.mathpsyc.uni-bonn.de/doc/micko/content.htm>

[http://www.rio.rj.gov.br/cgm/textos/carteis\\_licitacao\\_t-jogos.htm](http://www.rio.rj.gov.br/cgm/textos/carteis_licitacao_t-jogos.htm)

<http://www.eps.ufsc.br/disserta/cledy/indice/index.htm>

<http://home1.gte.net/vze3hvm3/html.htm>

<http://econweb.tamu.edu/gambit>

[http://www.digitaleconomist.com/glossary\\_micro.html](http://www.digitaleconomist.com/glossary_micro.html)

<http://eric.univ-lyon2.fr/~ricco/sipina.html>

<http://www.cornactech.com/visirex/index.html>

<http://www.cis.temple.edu/~ingargio/cis587/readings/id3-c45.html>

<http://www.inf.ufpr.br/~aurora/tutoriais/arvoresdecisao/main.html>

<http://www.datamining.com/dm-ka.htm>

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGRAWAL, Rakesh; IMICLINSKI, Tomas; SWAMI, Arun. *Mining Association Rules Between Sets of Items in Large Database. In: Proceedings of the ACM SIGMOD Conference*, Washington, D.C., May 1993.

ALGARVE, A. S. **Simulação do Sistema Circulatório com Controle Neural Central**. Exame de Qualificação para Doutorado, UFSC, Florianópolis, 1997.

ANGELINE, Peter. *An Alternate Interpretation of the Iterated Prisoner's Dilemma and the Evolution of Non-Mutual Cooperation*. Owego, NY, MIT Press, 1994.

AXELROD, R. *Effective Choice in the Prisoner's Dilemma. Journal of Conflict Resolution*, 24, pp. 3-25., 1980(a).

AXELROD, Robert *Evolution of Strategies in the Iterated Prisoner's Dilemma. In Genetic Algorithms and Simulated Annealing*, L. Davis editor, Morgan Kaufman Publishers, Inc., pp32-41.

AXELROD, Robert *More Effective Choice in the Prisoner's Dilemma. Journal of conflict Resolution*, 24, pp 379-403.,1980(b).

AXELROD, Robert *The Evolution of Cooperation*. London: Penguin Books, 1990.

AXELROD, Robert *The Evolution of Cooperation*. New York: Basic books, 1987.

AZEVEDO, Fernando Mendes; BRASIL, Lourdes Mattos; LIMÃO, Roberto Célio. **Redes Neurais com Aplicações em Controles e em Sistemas Especialistas**. Florianópolis: Bookstore, 2000.

BACON, Francis. ***Novum organum* ou verdadeiras indicações acerca da interpretação da natureza**; Nova Atlântida. São Paulo: Abril Cultural. Livro I (Os Pensadores, 13), 1973.

BADIN, Neiva Terezinha; NOVAES, Antônio Galvão. **Avaliação da Produtividade de Supermercados e seu Benchmarking**. Florianópolis, 1997. 130f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina.

BARBETTA, Pedro Alberto. **Estatística Aplicada às Ciências Sociais**. 4<sup>a</sup>. Ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 2001.

BARRETO, Jorge Muniz. **Conexionismo e a Resolução de Problemas**. Tese de Concurso para Professor Titular, UFSC, Florianópolis, 1996.

BARRETO, Jorge Muniz. **Inteligência Artificial no Limiar do Século XXI**. 3<sup>a</sup> Ed. Florianópolis, 2001.

BARRETO, José Anchieta Esmeraldo; MOREIRA, Rui Verlaine Oliveira. **O Problema da Indução: O Cisne Negro Existe**. Edição dos Autores. Ceará, 1993.

BAZZAN, Ana Lúcia: **Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos**. JAIA, 2001.

BEASLEY, David; BULL, David R.; MARTIN, Ralph. “*An Overview of Genetic Algorithms: Part 1, Fundamentals.*” In *University Computing* 15(2), 58-69.1993.

BERRY, Michel; LINOFF, Gordon. ***Data Mining Techniques for Marketing, Sales and Customer Support***. John Wiley & Sons, New York, 1997.

BITTENCOURT, Guilherme. **Inteligência Artificial: Ferramentas e Teorias**. Florianópolis: Ed da UFSC, 1998.

BLACK, Max. *Language and Philosophy: Studies in Method*. Cornell University. Cap. 3. New York, 1949.

BORGES, Paulo Sérgio da Silva; FALQUETO, Jovelino. *Compete or Cooperate? Business Strategies Based on Models of Cooperative Games May Be an Alternative to Optimize Gains*. Universidade Federal de Santa Catarina, 2001.

BORGES, Paulo Sérgio da Silva: *Modeling a Market Share Game with a Fuzzy Prisoner's Dilemma*. Florianópolis, 1996 – Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina.

CARNAP, Rudolf. *Logical Foundation of Probability*. 2ª Ed. The University of Chicago. Chicago, 1962.

CARVALHO, Luís Alfredo Vidal. *A Mineração de Dados no Marketing, Medicina, Economia, Engenharia e Administração*. 1ª Ed., Editora Érica, São Paulo, 2001.

CHEN, Ming-Syang; Han, Jiawei; YU, Philip S. Data Mining: *An Overview From a Database Perspective*. In: *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, v. 8 n.6, p. 866-833, dez, 1996.

CHEUNG, David W.; NG, Vicent T.; FU, Yongjian. *Efficient Mining of Association Rules in Distributed Databases*. In: *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, v. 8, n. 6, dez, 1996.

CLÍMACO, João Namorado; ANTUNES, Carlos Merggeles; ALVES Maria João Gomes. *Programação Linear Multiobjetivo: Métodos Interactivos, Software e Aplicações*. Coimbra, FEUC, 1996.

COBRA, Marcos Henrique Nogueira. *Marketing Básico: Uma Perspectiva Brasileira*, 3ª Ed., Editora Atlas. São Paulo, 1985



DAVIS, Morton. **Teoria dos Jogos: Uma Introdução Não-Técnica**. Editora Cultrix. São Paulo, 1973.

DIAS, J. S. **Sensibilidade Paramétrica como Guia para o Treinamento Híbrido de Redes Neurais**. Ph.D. Thesis, UFSC, Florianópolis, 1999.

DIAS, J. S. **Treinamento Híbrido de redes Neurais para Processamento de Informações Biomédicas**. Exame de Qualificação para Doutorado, UFSC, Florianópolis, Brasil, 1996.

FAUSSET, Laurence. ***Fundamentals of Neural Networks: Architectures, Algorithms, and Applications***. ISBN 0-13-334186-0, Prentice-Hall Inc, 1994.

FAYYAD, Usama; PIATETSKY-SHAPIO, Gregory; SMITH, Padhraic. *From Data Mining to Knowledge Discovery: An Overview*. In: ***Advances in Knowledge Discovery and Data Mining***, AAAI Press / The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, and London, England, 1996b, p 1-34.

FOGEL L., OWENS, A. and WALSH, M. ***Artificial Intelligence Through Simulated Evolution***. New York: John Wiley & Sons., 1966.

FOGEL, D. B. ***Evolving Artificial Intelligence***. Doctoral Dissertation, University of California at San Diego, 1992.

FOGEL, D. B. ***The Evolution of Intelligent Decision Making in Gaming***. Cybernetics and Systems., 1991.

FRENKEL, Daniel; NADAL, Jurandir. **Detecção de Eventos Isquêmicos do Eletrocardiograma Utilizando Redes Neurais**. In: Sociedade Brasileira de Computação,

19. Anais do XIX Congresso Nacional da Sociedade Brasileira de Computação. V 4, p. 65-77, Rio de Janeiro, 1999.

GOLDBERG, D. ***Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning***. Reading, MA: Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989.

GORSKY, D.P.;TAVARES, P.V. **Lógica**. México: Ed. Grijalbo, 1968.

GROTH, Robert. ***Data Mining: A Hands-on Approach for Business Professionals***. ISBN 0-13-756412-0. New Jersey: Prentice-Hall, 1998.

HAIR, Joseph; ANDERSON, Rolph; TATHAM, Ronald L;Black, William C. ***Multivariate Data Analysis***. Prentice-Hall, Upper Saddle River, 5ª Ed., New Jersey, 1998.

HARRISON, Thomas H. ***Intranet Data Warehouse***. São Paulo: Berkeley Grasil, 1998.

HIELLIER, Frederick S. **Introdução à Pesquisa Operacional**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 3ª Ed., 296-316. Tradução: Helena L. Lemos. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1998.

HOFSTADTER, Douglas. ***Metamagical Themas***. Basic Books, 1985

HOLLAND, J. H. ***Adaptation in Natural and Artificial Systems***. University of Michigan Press, 1975.

HUISMAN, Denis; VERGEZ, André. **Logique**. Nancy: Fernand Nathan, 1961.

JOHSON, Richard A. ; WICHERN, Dean W. ***Applied Multivariate Statistical Analysis***. 4ª Ed., New Jersey: Prentice-Hall, 1988.

KINGSTON, J. Murice. *Mathematics for Teachers of the Middle Grades*. New York: John Wiley e Sons, 1966.

KNEALE, William. *Probability and Induction*. Oxford: Clarendon Press, 1949.

KOTLER, Philip. **Administração de Marketing: Análise, Planejamento, Implementação e Controle**. São Paulo: 4ª. Ed. São Paulo, 1995.

KOZA, John R. “Genetically Breeding Populations of Computer Programs to Solve Problems in Artificial Intelligence.” *In Proceedings of ICANNGA’95 Int’l Conference on Artificial NNs and Gas*, France: Ecole des Mines d’Ales, 1990

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de Metodologia Científica**. São Paulo: Ed. Atlas, 1986.

LAPLACE, P. S. *Theorie analytique des probabilités*. [S.L.:s.n.], 1814 apud KNEALE, William. *Probability and Induction*. Oxford: Clarendon Press, 1949.

LAS CASAS, A.L. **Marketing de Varejo**. São Paulo. São Paulo: Atlas, 1992.

L.A. Zadeh. *Fuzzy sets*. *Information and control*, 8:338-353, 1965.

LEHRER, Cristiano; BORGES, Paulo Sérgio da Silva. **Operador de Seleção para Algoritmos Genéticos Baseado no Jogo Hawk-Dove**. Florianópolis, 2000. 123f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina.

LEVY, M., WEITZ, B. **Retailing Management**. 2ª. Ed. Chicago; Irwin, 1995.

LUCE, R. D., RAIFFA, H. *Games and Decisions*, New York: John Wiley., 1957.

MELO, Saul Luiz; CALOBA, Luiz Pereira; NADAL, Jurandir. **Classificação de Batimentos Cardíacos Utilizando Rede neural com Treinamento Competitivo Supervisionado**. In: Sociedade Brasileira de Computação. Anais do XIX Congresso Nacional da Sociedade Brasileira de Computação, v 4. P 1-12, Rio de Janeiro, 1999.

MILL, John Stuart. **Sistema de Lógica Dedutiva e Indutiva e outros textos**. In: Benthan, Jeremy. Editora Abril Cultural. São Paulo, 1979.

MITCHEL, Melaine; TAYLOR, Charles E. “*Evolutionary Computation: An Overview.*” *In Annual Review of Ecology and Systematics* 20, 593-616, 1999

MOORE, George. **Lógica e Conhecimento**. Editora Abril Cultural. São Paulo, 1974.

PARK, D.; and KANDEL, A. ***Genetic-Based new Fuzzy Reasoning Models with Application to Fuzzy Control***. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, v24, n.1, p 39-47, 1994.

PAZ, Salete do Bonfim; BORGES, Díbio Leandro. Uso de Redes Neurais Artificiais de Função de Base Radial em Previsão do Consumo de Energia Elétrica. In: Sociedade Brasileira de Computação. **Anais do XIX Congresso Nacional da Sociedade Brasileira de Computação**. V. 4, p.481-493. Rio de Janeiro, 1999.

POPPER, Karl. **A Lógica da Pesquisa Científica**. Universidade de São Paulo. São Paulo, 1975.

RAPOPORT, Anatol. **Lutas, Jogos e Debates**. Editora Universidade de Brasília. Brasília, 1980.

RASMUSEN, Eric. ***An Introduction to Game Theory***. 2<sup>a</sup> Ed. Blackwell Publishers, Massachusetts, 1994.

RAUTENBERG, Sandro. **Predição de Receitas de Cores na Estamparia Têxtil através de Redes Neurais com Função de Base Radial**. Dissertação de Mestrado – Engenharia de Produção e Sistemas. Florianópolis, 1998.

REICHENBACH, Hans. *The Theory of Probability: An Inquiry Into The Logical and Mathematical Foundation of the Calculus of Probability*. University of California. Los Angeles, 1971.

*RETAIL, trends in the 1990s*. *Journal of Accountancy*, Dez. 1989.

RITCHERT, H.G. *Retailing: Principles and Practices*. 3<sup>a</sup> Ed. New York: MacGraw-Hill, 1954.

ROBESON, B. *Basic Game Theory*., Program version 1.0, 1997

RUSSELL, Bertrand. **Delineamentos da Filosofia**. 2<sup>a</sup> Ed. Editora Nacional. São Paulo, 1956.

SCHLICK, Moritz. **Sentido e Verificação**. Et al. Coletânea de textos. Editora Abril Cultural. São Paulo, 1975.

SIRIVAS, M and PATNAIK, L.M. *Genetic Algorithms: A Survey*. *IEEE Computer*, v. 27, n. 6, 1994.

SMITH, John Mayard. *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge: Cambridge University Press.,1993.

STEGMULLER, Wolfgang. *A Filosofia Contemporânea: Introdução Crítica*. EPU. EDUSP v. 2. São Paulo, 1977.

TODESCO, José L. **Reconhecimento de Padrões Usando Rede Neuronal Artificial com uma Função de Base Radial: Uma Aplicação na Classificação de Cromossomos Humanos**. Tese (Doutorado em Engenharia da Produção), Florianópolis, 1995.

VON NEUMANN, J. & MORGENSTERN. *Game Theory and Economic Behavior*, 1944.

WEIBULL, Jorgen W. *Evolutionary Game Theory*, 1-10, Cambridge: MIT P